

Евразийский Союз Ученых. Серия: технические и физико-математические науки

Ежемесячный научный журнал
№ 7 (100)/2022 Том 2

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Макаровский Денис Анатольевич

AuthorID: 559173

Заведующий кафедрой организационного управления Института прикладного анализа поведения и психолого-социальных технологий, практикующий психолог, специалист в сфере управления образованием.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

• **Штерензон Вера Анатольевна**

AuthorID: 660374

Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Институт новых материалов и технологий (Екатеринбург), кандидат технических наук

• **Синьковский Антон Владимирович**

AuthorID: 806157

Московский государственный технологический университет "Станкин", кафедра информационной безопасности (Москва), кандидат технических наук

• **Штерензон Владимир Александрович**

AuthorID: 762704

Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Институт фундаментального образования, Кафедра теоретической механики (Екатеринбург), кандидат технических наук

• **Зыков Сергей Арленович**

AuthorID: 9574

Институт физики металлов им. М.Н. Михеева УрО РАН, Отдел теоретической и математической физики, Лаборатория теории нелинейных явлений (Екатеринбург), кандидат физ-мат. наук

• **Дронсейко Виталий Витальевич**

AuthorID: 1051220

Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), Кафедра "Организация и безопасность движения" (Москва), кандидат технических наук

Статьи, поступающие в редакцию, рецензируются. За достоверность сведений, изложенных в статьях, ответственность несут авторы. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов материалов. При перепечатке ссылка на журнал обязательна. Материалы публикуются в авторской редакции.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Художник: Валегин Арсений Петрович
Верстка: Курпатова Ирина Александровна

Адрес редакции:
198320, Санкт-Петербург, Город Красное Село, ул. Геологическая, д. 44, к. 1, литера А
E-mail: info@euroasia-science.ru ;
www.euroasia-science.ru

Учредитель и издатель ООО «Логика+»
Тираж 1000 экз.

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Фартуков В.А., Васильев Д.М.

ФОРМИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ ВОДНОГО
ПОТОКА ПРИ СОПРЯЖЕНИИ БЪЕФОВ.....3

Шестаков Н.И., Журавлева Ю.М.,

Шестакова Е.А., Никонова Е. Л.
ТЕПЛООБМЕН ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ РОЛИКА В
ПРОЦЕССЕ ПЛАЗМЕННОЙ НАПЛАВКИ.....8

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

Баландин Д.В., Кузенков О.А., Эгамов А.И.

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РАВНОВЕСНОЙ
СТРАТЕГИЙ ДЛЯ ПЕРЕРАБОТКИ САХАРНОЙ
СВЕКЛЫ.....13

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 631.6; 626/627; 631.3

ФОРМИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ ВОДНОГО ПОТОКА ПРИ СОПРЯЖЕНИИ БЬЕФОВ

*Фартуков Василий Александрович,
доцент кафедры гидротехнические сооружения,
ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева
Васильев Дмитрий Михайлович,
студент 3-го курса факультет Физика Высшая школа экономики,
ВШЭ г. Москва*

FORMATION OF UNSTEADINESS OF THE WATER FLOW DURING THE COUPLING OF THE BYEFS

*V.A. Fartukov,
Associate Professor of the Department of Hydraulic Structures,
FSUE VO RGAU-MSHA named after K.A. Timiryazev
D.M. Vasiliev,
3rd year student, Faculty of Physics,
Higher School of Economics, HSE Moscow*

АННОТАЦИЯ

Образование нелинейных колебаний возникающих, в зоне прыжкового сопряжения глубин в нижнем бьефе гидротехнических сооружений приводит к образованию нелинейных стационарных колебаний. Этот режим течения воды сопровождается волнами с характерной амплитудой и длиной, которые являются одними из определяющих при выборе конструкции и расчетах геометрических параметров гасителей энергии в нижнем бьефе гидротехнических сооружений.

Система нелинейных уравнений, в которых энергия водного потока диссипирует при больших амплитудах колебания водной поверхности и генерируется при малых значениях амплитуд колебания, позволяет описать физический процесс, протекающий в зоне прыжкового сопряжения бьефов. Система описывает протекающий процесс предельными циклами, которые колеблются около некоторого состояния, при котором приток и диссипация энергии сбалансированы. Это состояние протекающего процесса определяет наличие бифуркаций векторных полей течения воды в гидравлическом прыжке.

В колебательной системе незатухающие колебания практически могут существовать при наличии некоторого источника энергии, который компенсирует расход энергии, возникший за счет присутствия диссипативных сил.

ABSTRACT

The formation of nonlinear oscillations arising in the zone of the jump coupling of depths in the downstream of hydraulic structures leads to the formation of nonlinear stationary oscillations. This mode of water flow is accompanied by waves with a characteristic amplitude and length, which are one of the determining factors in choosing the design and calculating the geometric parameters of energy dampers in the downstream of hydraulic structures.

A system of nonlinear equations in which the energy of the water flow dissipates at large amplitudes of the water surface oscillation and is generated at small values of the oscillation amplitudes, allows us to describe the physical process occurring in the zone of the jump coupling of the beefs. The system describes the ongoing process by limiting cycles that fluctuate around a certain state in which the inflow and dissipation of energy are balanced. This state of the process determines the presence of bifurcations of vector fields of water flow in a hydraulic jump.

In an oscillatory system, undamped oscillations can practically exist in the presence of some energy source that compensates for the energy consumption caused by the presence of dissipative forces.

Ключевые слова: гидравлический прыжок, структура водного потока, диссипация энергии, бифуркация, автоколебательный процесс.

Keywords: hydraulic jump, water flow structure, energy dissipation, bifurcation, self-oscillating process.

Введение. Исследование форм свободной поверхности при неравномерном движении воды показало наличие случаев внезапного изменения глубины водного потока через «прыжок» [1]. Прыжок, представляет собой особую форму сопряжения двух состояний потока. В зависимости

от условий течения воды, формы русла, уклона dna русла, шероховатости dna и стенок русла, соотношения глубин перед прыжком и после прыжка образуются различные формы гидравлического прыжка. Образование формы гидравлического прыжка, макро и микропроцессы,

происходящие в прыжке, определяют потери энергии. Основной причиной потерь энергии в прыжке, является турбулентность, образование вихревых и поперечных течений. Происходит разделение расхода потока на две части: первая – соответствует основному направлению потока и вторая - обратному направлению движения водного потока. Обратный поток поднимается вверх и падает в основной поток, образуя некоторый колебательный процесс.

При этом потеря энергии объясняется поднятием этого дополнительного расхода, тем самым образовавшийся валец является источником потерь энергии.

Одной из характерных особенностей режима течения водного потока в нижнем бьефе гидротехнических сооружений, при сопряжении бьефов в виде гидравлического прыжка, является наличие стоячих волн на поверхности водного потока. Этот режим течения воды сопровождается волнами с характерной амплитудой и длиной. Образование и развитие физики протекающего процесса и последующая количественная оценка параметров колебательного процесса, оказывают существенное влияние, как на работу гасителя водной энергии в нижнем бьефе, так и на его (гасителя) геометрические размеры.

В основе математической модели процесса образования стационарных нелинейных колебаний в нижнем бьефе, находится система уравнений

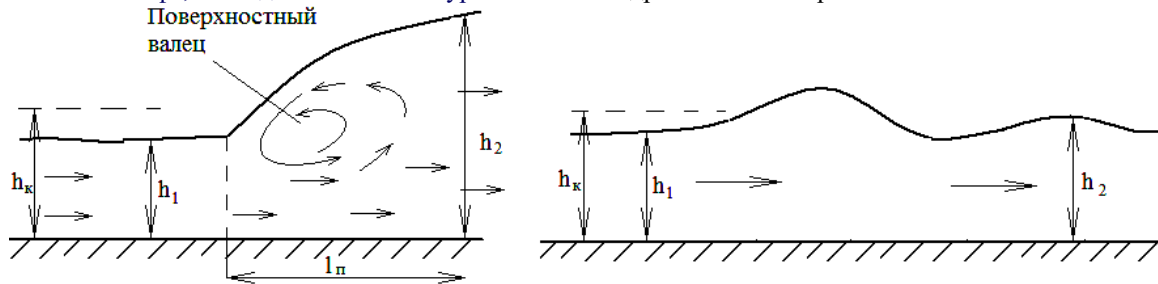


Рис.1. Схема гидравлического прыжка

Материал и методы исследования. Используя систему дифференциальных уравнений, описывающих нестационарный режим течения водного потока, в зоне прыжкового сопряжения и

мелкой воды в приближении Сен-Венана. Система уравнений Сен-Венана представлена в дивергентной форме, позволяющей охватить так называемые разрывные решения.

Система уравнений Сен-Венана является следствием решения уравнений Рейнольдса [2,3], при этом сглаживание турбулентных пульсаций нормального уровня, то есть тех пульсаций, которые порождены трением на границе жидкость - омываемая твердая поверхность, а не турбулентных пульсаций возникающих в зонах отрывных течений, возможно при осреднении уравнений Навье – Стокса.

Цель исследования. Построение математической модели описывающей протекающий колебательный процесс в открытом водном потоке нижнего бьефа гидротехнического сооружения.

В зоне гидравлического прыжка, как и во всех других случаях отрывных течений, образуется макротурбулентность. Эта макротурбулентность имеет характерный временной масштаб T_m , который существенно больше временного масштаба T_n , отвечающего обычному уравнению турбулентности без отрывных течений с зависимыми от времени t ($T_m > t > T_n$) характеристиками прыжкового потока.

На рис. 1 приведена расчетная схема и принятые обозначения гидравлических параметров гидравлического прыжка.

предварительно произведя необходимые подстановки, получим нелинейное уравнение локальной нестационарности (1).

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial(v_c \cdot \Omega)}{\partial t} + \frac{q^2_2}{g \cdot h_2} - \frac{q^2_1}{g \cdot h_1} + \frac{h^2_2 - h^2_1}{2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = q_1 - q_2$$

где h_1, h_2 – соответственно величина первой и второй сопряженных глубин, q_1, q_2 – соответственно величины удельного расхода в зонах первой и второй сопряженных глубин, V_c – скорость центра массы объема, Ω – площадь боковой поверхности гидравлического прыжка при аппроксимации продольного профиля в виде квадратичной параболы.

Результаты исследования. Рассмотрим основную систему дифференциальных уравнений нестационарного режима движения водного потока в зоне прыжкового сопряжения приведенную в [4,5] представив ее в безразмерном виде разделив

на длину прыжка l и $\sqrt{\frac{l}{g}}$:

$$\frac{l^2}{3g \cdot h_2} \cdot \frac{d\left(\frac{h_2 dh_2}{dt}\right)}{dt} + \frac{q_2^2}{g \cdot h_2} - \frac{q_1^2}{q \cdot h_1} + (h_2^2 - h_1^2) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{2l}{3} \cdot \frac{dh_2}{dt} = q_1 - q_2 \quad (3)$$

где q – удельный расход; h_1 и h_2 – соответственно, первая и вторая сопряженные глубины; h'_2 – осредненное значение второй сопряженной глубины, l – длина гидравлического прыжка.

Выразим: $q_2 = q_1 - \frac{2}{3} \cdot l \cdot \frac{dh_2}{dt}$, подставим это выражение в уравнение (1), раскрыв скобки, получим:

$$\frac{l^2}{3gh'_2} \cdot \frac{d\left(\frac{h_2 dh_2}{dt}\right)}{dt} - \frac{4}{3} l \cdot q_1 / (gh_2) \frac{dh_2}{dt} + \frac{4}{9} l^2 / (q \cdot h_2) \left(\frac{dh_2}{dt}\right)^2 + \frac{(h_2^2 - h_1^2)}{2} = 0 \quad (4)$$

или

$$\frac{l^2 h_2}{3gh'_2} \frac{d^2 h}{dt^2} + q_1^2 / (gh_2) - \frac{4}{3} l \cdot q_1 / (gh_2) \frac{dh_2}{dt} + \frac{4}{9} l^2 (gh_2) \left(\frac{dh_2}{dt}\right)^2 - \frac{q_1}{gh_1} + \frac{(h_2^2 - h_1^2)}{2} = 0$$

$$\frac{q_1}{gh_1} + \frac{(h_2^2 - h_1^2)}{2} = 0 \quad (5)$$

Разделим почленно уравнение (5) на $\frac{l^2 h_2}{3gh'_2}$, получим:

$$\frac{d^2 h_2}{dt^2} + \frac{3gh'_2}{l^2 h_2} \frac{q_1^2}{gh_2} - \frac{4}{3} \frac{gh'_2}{l^2 h_2} \frac{3lq_1}{gh_2} \frac{dh_2}{dt} + \frac{4}{9} \frac{gh'_2}{l^2 h_2} \frac{3l^2}{gh_2} \left(\frac{dh_2}{dt}\right)^2 - \frac{3gh'_2}{l^2 h_2} \frac{q_1}{gh_1} + \frac{3gh'_2}{l^2 h_2} \frac{(h_2^2 - h_1^2)}{2} = 0$$

(6)

После проведения необходимых сокращений в уравнении (6), получим:

$$\frac{d^2 h_2}{dt^2} + \frac{3h'_2}{l^2 h_2^2} q_1^2 - \frac{4h'_2}{lh_2^2} q_1 \frac{dh_2}{dt} + \frac{4}{3} \frac{h'_2}{h_2^2} \left(\frac{dh_2}{dt}\right)^2 - \frac{3h'_2}{l^2 h_2 h_1} q_1^2 + \frac{3gh'_2}{l^2 h_2} \frac{(h_2^2 - h_1^2)}{2} = 0 \quad (7)$$

В уравнении (7), $h^3_{kp} = \frac{q_1^2}{g}$, тогда получим следующее выражение:

$$\frac{d^2 h_2}{dt^2} + \frac{3gh'_2}{l^2 h_2^2} h^3_{kp} - \frac{4q_1 h'_2}{l^2 h_2} \frac{dh_2}{dt} + \frac{4}{3} \frac{h'_2}{h_2^2} \left(\frac{dh_2}{dt}\right)^2 - \frac{3gh'_2}{l^2 h_2 h_1} h^3_{kp} + \frac{4}{3} \frac{h'_2}{h_2^2} \left(\frac{dh_2}{dt}\right)^2 - \frac{3gh'_2}{l^2 h_2} h^3_{kp} +$$

$$+ \frac{3gh'_2}{l^2 h_2^2} \frac{(h_2^2 - h_1^2)}{2} = 0 \quad (8)$$

При $h_2 = h'_2 + \zeta$, перепишем выражение (8).

Тогда получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \zeta}{dt^2} + \frac{3g \cdot h^3_{kp}}{l^2 \cdot h'_2 \cdot \left(1 + \frac{\zeta}{h'_2}\right)^2} - \frac{4q_1}{l \cdot h'_2 \cdot \left(1 + \frac{\zeta}{h'_2}\right)^2} \cdot \frac{d\zeta}{dt} + \frac{4}{3h'_2 \cdot \left(1 + \frac{\zeta}{h'_2}\right)^2} \cdot \left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2 - \frac{3g \cdot h^3_{kp}}{l^2 \cdot h_1} + \\ + \frac{3g}{l^2 \cdot \left(1 + \frac{\zeta}{h'_2}\right)} \cdot \left(\frac{h'^2_2 + 2h'_2 \cdot \zeta + \zeta^2 - h^2_1}{2}\right) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

В уравнении (9) примем длину гидравлического прыжка равной трем значениям второй сопряженной глубине $l = 3h'_2$, тогда:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \zeta}{dt^2} + \frac{3g \cdot h^3_{kp}}{9h'^2_2 \cdot h'_2 \cdot \left(1 + \frac{\zeta}{h'_2}\right)^2} - \frac{4q_1}{3h'^2_2 \cdot \left(1 + \frac{\zeta}{h'_2}\right)^2} \cdot \frac{d\zeta}{dt} + \frac{4}{3h'_2 \cdot \left(1 + \frac{\zeta}{h'_2}\right)^2} \cdot \left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2 - \frac{3g \cdot h^3_{kp}}{9h'^2_2 \cdot h_1} + \\ + \frac{3g}{9h'_2 \cdot \left(1 + \frac{\zeta}{h'_2}\right)} \cdot \left(\frac{h'^2_2 + 2h'_2 \cdot \zeta + \zeta^2 - h^2_1}{2}\right) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Уравнение (10) приведем к безразмерному виду разделив, почленно на h'_2 и $\sqrt{\frac{h'_2}{g}}$, получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \zeta}{dt^2} + \frac{3g \cdot h^3_{kp}}{9h'^2_2 \cdot h'_2 \cdot \left(1 + \frac{\zeta}{h'_2}\right)^2} - \frac{4q_1}{3h'^2_2 \cdot \left(1 + \frac{\zeta}{h'_2}\right)^2} \cdot \frac{d\zeta}{dt} + \frac{4}{3h'_2 \cdot \left(1 + \frac{\zeta}{h'_2}\right)^2} \cdot \left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2 - \frac{h^3_{kp}}{3h'_2 \cdot h_1} + \\ + \frac{1}{3h'^2_2 \cdot \left(1 + \frac{\zeta}{h'_2}\right)} \cdot \left(\frac{h'^2_2}{2} + h'_2 \cdot \zeta + \frac{\zeta^2}{2} - \frac{h^2_1}{2}\right) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Избавимся от рациональности, произведя необходимые разложения, имеем:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \zeta}{dt^2} + \frac{h^3_{kp}}{3h'^3_2} \cdot \left(\left(1 - \frac{\zeta}{3h'_2}\right) + \frac{\zeta^2}{24h'^2_2} \right) - \frac{4h'^{3/2}_{kp}}{3h'^{3/2}_2} \cdot \left(1 - \frac{\zeta}{3h'_2}\right) + \frac{\zeta^2}{24h'^2_2} \cdot \frac{d\zeta}{dt} - \frac{h^3_{kp}}{3h'^2_2 \cdot h_1} + \frac{1}{3h'^2_2} \cdot \\ \cdot \left(1 - \frac{\zeta}{h'_2} + \frac{\zeta^2}{24h'^2_2}\right) \cdot \left(\frac{h'^2_2}{2} + h'_2 \cdot \zeta + \frac{\zeta^2}{2} - h^2_1\right) + \frac{4}{3h'_2} \cdot \left(1 - \frac{\zeta}{3h'_2} + \frac{\zeta^2}{24h'^2_2}\right) \cdot \left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2 = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Раскрыв скобки, получим:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2\zeta}{dt^2} + \frac{h^3_{kp}}{3h^{13}_2} - \frac{\zeta \cdot h^3_{kp}}{9h^{14}_2} + \frac{\zeta^2 \cdot h^3_{kp}}{72h^{15}_2} - \left(\frac{4h^{3/2}_{kp}}{3h^{3/2}_2} - \frac{4\zeta \cdot h^{3/2}_{kp}}{9h^{5/2}_2} + \frac{\zeta^2 h^{3/2}_{kp}}{18h^{7/2}_2} \right) \cdot \frac{d\zeta}{dt} + \left(\frac{4}{3h'_2} - \frac{4\zeta}{9h'^2_2} + \frac{\zeta^2}{18h'^3_2} \right) \\ & \cdot \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 - \frac{h^3_{kp}}{3h'^2_2 h_1} + \frac{h'^2_2}{6h'^2_2} + \frac{h'_2 \cdot \zeta}{3h'^2_2} + \frac{\zeta^2}{6h'^2_2} - \frac{h^2_1}{6h'^2_2} - \frac{\zeta \cdot h'^2_2}{18h'^3_2} - \frac{\zeta^2 \cdot h'_2}{9h'^3_2} - \frac{\zeta^3}{18h'^3_2} + \frac{\zeta \cdot h^2_1}{18h'^3_2} + \frac{\zeta^2 \cdot h'^2_2}{12h'^4_2} + \\ & + \frac{\zeta^3 \cdot h'_2}{6h'^4_2} + \frac{\zeta^4}{12h'^4_2} - \frac{\zeta^2 h^2_1}{12h'^4_2} = 0 \end{aligned} \tag{13}$$

Исходя из условий не возмущений в уравнении (13) исключим члены

$$\frac{h^3_{kp}}{3h^{13}_2}; \frac{h^3_{kp}}{3h'^2_2 \cdot h_1}; \frac{h'^2_2}{6h'_2}; \frac{h^2_1}{6h'^2_2}.$$

Решение полученного уравнения будем проводить методом малого параметра [6,7,8,9,10]. Примем за малый параметр $\mu = \frac{1}{h^2}$ [4], тогда уравнение (13) переписывается:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2\zeta}{dt^2} - \mu^4 \cdot \frac{h^3_{kp}}{9\zeta} + \mu^5 \cdot \left(\frac{h^3_{kp}}{72} \right) \zeta^2 - \mu^{3/2} \cdot \frac{4h^{3/2}_{kp}}{3} \cdot \frac{d\zeta}{dt} + \mu^{5/2} \cdot \frac{4h^{3/2}_{kp}}{9} \cdot \zeta \cdot \frac{d\zeta}{dt} - \mu^{7/2} \cdot \frac{h^{3/2}_{kp}}{18} \cdot \zeta^2 \cdot \frac{d\zeta}{dt} + \\ & + \mu^2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \zeta^2 - \mu^2 \cdot \frac{1}{18} \cdot \zeta - \mu^2 \cdot \frac{1}{9} \cdot \zeta^2 - \mu^3 \cdot \frac{1}{18} \cdot \zeta^3 + \mu^3 \cdot \frac{h^2_1}{18} \cdot \zeta + \mu^2 \cdot \frac{1}{12} \cdot \zeta^2 + \mu^3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \zeta^3 + \\ & + \mu^4 \cdot \frac{1}{12} \cdot \zeta^4 - \mu^4 \cdot \frac{h^2_1}{12} \cdot \zeta^2 + \mu \cdot \frac{1}{3} \cdot \zeta = 0 \end{aligned} \tag{14}$$

После проведения необходимых алгебраических преобразований в уравнении (14), получим:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2\zeta}{dt^2} - \mu^{3/2} \cdot \frac{4h^{3/2}_{kp}}{3} \cdot \frac{d\zeta}{dt} + \mu \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 - \mu^2 \cdot \frac{4}{9} \cdot \zeta \cdot \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 + \mu^2 \cdot \frac{5}{36} \cdot \zeta^2 - \mu^2 \cdot \frac{\zeta}{18} + \mu \cdot \frac{\zeta}{3} = 0 \\ & \text{или} \\ & \frac{d^2\zeta}{dt^2} - \mu^2 \cdot \frac{4\zeta}{9} \cdot \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 - \zeta^2 \cdot \frac{5}{36} + \frac{\zeta}{18} - \mu^{3/2} \cdot \frac{4h^{3/2}_{kp}}{3} \cdot \frac{d\zeta}{dt} + \mu \cdot \left(\frac{\zeta}{3} + 4 \cdot \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 \right) = 0 \end{aligned} \tag{15}$$

Уравнение (15) описывает стационарные нелинейные колебания в нижнем бьефе.

Выводы

Полученное нелинейное уравнение описывает протекающий колебательный процесс в открытом водном потоке нижнего бьефа гидротехнического сооружения для случая сопряжения бьефов в виде гидравлического прыжка. Полученное уравнение позволяет определять параметры нелинейных колебаний (амплитуда волны, частота колебаний, длина волны) возникающих в нижнем бьефе при установившемся режиме течения потока. Результаты вычислений позволяют осуществить коррекцию геометрических размеров гасителей энергии водного потока в нижнем бьефе гидротехнических сооружений.

Список литературы

1. Гунько Ф.Г. Классификация форм сопряжения бьефов в пространственных условиях для случаев плотин с уступом при гладком водобое

и без уступа при наличии водобойной стенки. Изв. ВНИИГ им. Веденеева, Л., 1962, т.71, С.39.59.

2. Грушевский М. С. Неустановившееся движение воды в реках и каналах. - Л.: Гидрометеиздат, 1982. - 288 с.

3. Кюнж Ж. А., Холли Ф. М., Вервей А. Численные методы в задачах речной гидравлики. - М.: Энергоатомиздат, 1985. - 256 с.

4. Земляникова М.В. Фартуков В.А. «Обобщенные нелинейные уравнения локальной нестационарности». Сборник материалов Всероссийской научно-технической конференции «Экологическая устойчивость природных систем и роль природообустройства в ее обеспечении», М. 2003, стр.136-137.

5. Земляникова М.В. Фартуков В.А. «Уравнения локальной нестационарности при прыжковых сопряжениях». Сборник материалов Всероссийской научно-технической конференции

«Экологическая устойчивость природных систем и роль природообустройства в ее обеспечении», М. 2003, стр. 137-138.

6. Найфэ А.Ю. Методы возмущений, М., 1976.

7. Моисеев Н.Н. «Асимптотические методы нелинейной механики» М.: Наука, 1969.

8. Кузьмина Р.П. «Асимптотические методы для обыкновенных дифференциальных уравнений». М.: Едиториал УРСС, 2003.

9. Гукенхеймер Дж., Холмс Ф. «Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей». Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.

10. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955.

ТЕПЛООБМЕН ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ РОЛИКА В ПРОЦЕССЕ ПЛАЗМЕННОЙ НАПЛАВКИ

Шестаков Н.И.,

доктор технических наук, профессор ЧГУ,
г. Череповец, РФ

Журавлева Ю.М.,

аспирантка ЧГУ,
г. Череповец, РФ

Шестакова Е.А.,

кандидат технических наук, доцент ЧГУ,
г. Череповец, РФ

Никонова Е. Л.,

кандидат технических наук, доцент ЧГУ,
г. Череповец, РФ

DOI: 10.31618/ESU.2413-9335.2022.1.100.2.1678

АННОТАЦИЯ

Исследованы процессы теплообмена при плазменной наплавке металла на поверхность роликов. Даны рекомендации по устранению дефектов.

Ключевые слова: Плазменная наплавка металла, ролик, теплообмен

Плазменная наплавка используется при восстановлении изношенных деталей, а также для изготовления новых.

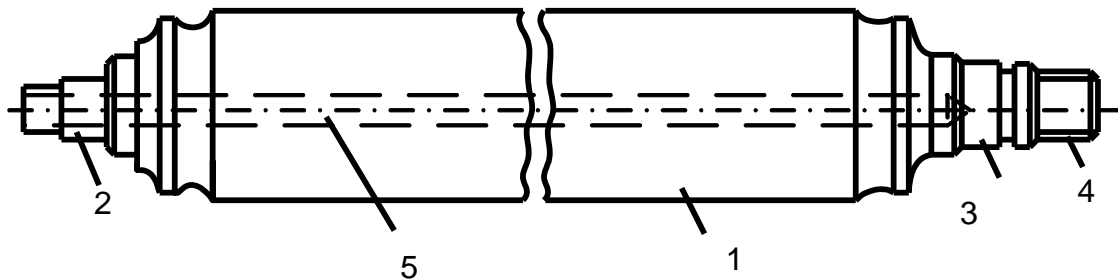


Рисунок 1. Схема ролика: 1 - бочка, 2, 3 - шейка (цапфа), 4 - торец, 5 - отверстие для внутреннего охлаждения ролика.

Ролик вращается с угловой скоростью ω .

В лабораторной системе координат (неподвижной относительно вращающейся детали) теплообмен в основном и наплавленном слое опишется уравнением

$$c_i(T)\rho_i(T)\frac{\partial T}{\partial \tau} = \text{div}[\lambda_i(T)\text{grad}T], i = 1, 2, \tau \geq 0, (1)$$

где c - удельная массовая теплоемкость; ρ - плотность; λ - коэффициент теплопроводности; T - температура; τ - время.

Уравнение (1) записано для двух зон:

$$\left. \begin{array}{l} R_0 < r_1' < R_1 \\ R_1 < r_2' < R_2 \end{array} \right\} 0 \leq \varphi' \leq 2\pi; 0 \leq z' \leq 2L. (2)$$

где r', φ', z' - текущие координаты, $2L$ – длина детали.

Начальные условия представлены в виде:

$$T_i(r', \varphi', z', 0) = T_n, i = 1, 2, \quad (3)$$

где T_n - температура загрузки детали в установку.

Граничные условия:

$$-\lambda_i(T_i) \frac{\partial T_i(r', \varphi', 0, \tau)}{\partial z'} + \alpha_a(T_i)[T_i(r', \varphi', 0, \tau) - T_0] + \sigma_a^* \left[\left(\frac{T_i(r', \varphi', 0, \tau)}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_0}{100} \right)^4 \right] = 0 \quad (4)$$

$$i = 1, 2,$$

$$\lambda_i(T_i) \frac{\partial T_i(r', \varphi', 2L, \tau)}{\partial z'} + \alpha_b(T_i)[T_i(r', \varphi', 2L, \tau) - T_0] + \sigma_b^* \left[\left(\frac{T_i(r', \varphi', 2L, \tau)}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_0}{100} \right)^4 \right] = 0 \quad (5)$$

$$i = 1, 2;$$

$$\lambda_i(T_i) \frac{\partial T_i(R_2, \varphi', z', \tau)}{\partial r} + \alpha_d(T_i)[T_i(R_2, \varphi', z', \tau) - T_0] + \sigma_d^* \left[\left(\frac{T_i(R_2, \varphi', z', \tau)}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_0}{100} \right)^4 \right] = 0, i = 1, 2; (z', \varphi') \in d; \quad (6)$$

$$-\lambda_i(T_i) \frac{\partial T_i(R_0, \phi', z', \tau)}{\partial r} + \alpha_e(T_i)[T_i(R_0, \phi', z', \tau) - T_3(\tau)] = 0, \quad (z', \phi') \in e, \quad (7)$$

где α – коэффициент теплоотдачи; T_0 – температура окружающего воздуха; σ - приведенный коэффициент излучения; q_n - плотность теплового потока в пятне плазмы; а,в – поверхность торцев; d – наружная цилиндрическая поверхность, за исключением плазменного пятна; e – внутренняя цилиндрическая поверхность; f – поверхность плазменного пятна.

В процессе наплавки внутренний канал загерметизирован, поэтому температура T_3 в нем будет повышаться в соответствии с уравнением:

$$c_3 \rho_3 V_3 \frac{dT_3(\tau)}{d\tau} = \iint_e \alpha_e(T_1)[T_1(R_0, \phi', z', \tau) - T_3(\tau)] ds, \quad (8)$$

где V_3 – объем воздуха в канале, $V_3 = \pi R_0^2 2L$.

Теплоотдача на торцевых поверхностях описывается уравнением подобия [2]:

$$Nu = 0,503 [Ra \nu (Pr)]^{0,25}, \quad (9)$$

где Nu – число Нуссельта; Ra – критерий Релея; Pr – критерий Прандтля. Безразмерные комплексы, входящие в (9), определяются из соотношений:

$$Nu = \alpha x / \lambda_3; Ra = Gr Pr = g \beta \Delta T \frac{x^3}{\nu_3 a_3}; Pr = \nu_3 / a_3, \quad (10)$$

где x – расстояние от нижней кромки до рассматриваемой точки; λ_3 - коэффициент теплопроводности воздуха; g – ускорение свободного падения; β - температурный коэффициент объемного расширения; ΔT - разность между температурой поверхности и температурой окружающей среды, для поверхности (а): $\Delta T = [T_i(r', \varphi', 0, \tau) - T_0]$, для поверхности (б):

$\Delta T = [T_i(r', \varphi', L, \tau) - T_0]$; ν_3 - кинематический коэффициент вязкости; a_3 - коэффициент теплопроводности воздуха.

Функция $\psi(\text{Pr})$ имеет вид:

$$\psi(\text{Pr}) = \left[1 + \left(\frac{0,492}{\text{Pr}} \right)^{9/16} \right]^{-16/9}.$$

Пренебрегая влиянием ограждающих конструкций, приведенный коэффициент излучения можно определить из соотношения:

$$\sigma_a = \sigma_b = \sigma_d = \varepsilon_i C_0 \quad (11)$$

где ε_i - степень черноты поверхности; C_0 - коэффициент излучения абсолютно черного тела.

Теплоотдача на внешней цилиндрической поверхности опишется известным уравнением подобия:

$$Nu = A Gr^{0,25}, \quad (12)$$

где $Nu = 2\alpha_d R_2 / \lambda_3$ - число Нуссельта; A - коэффициент,

при $0,7 \cdot 10^3 < Gr < 0,7 \cdot 10^8$ $A = 0,46$;

при $0,7 \cdot 10^8 < Gr < 0,7 \cdot 10^9$ $A = 0,695$;

Разность температур, входящая в критерий Грасгофа (10), определится из выражения:

$$\Delta T = [T_i(R_2, \varphi', z', \tau) - T_0].$$

При $Gr \geq 0,7 \cdot 10^9$ уравнение (11) представится в виде:

$$Nu = 0,133 Gr^{0,33}.$$

Для определения коэффициента теплоотдачи на внутренней поверхности воспользуемся уравнением [1]:

$$Nu_e = \left(\left\{ \left[1 + \left(\frac{Ra_0}{4472} \right)^2 \frac{2R_0}{L} \right]^{-8} + \left[\frac{Ra_e(2R_0/L)f(\text{Pr})}{57\Phi} \right]^{-2} \right\}^{-3/8} + \frac{Ra_e f(\text{Pr})}{8000} \right)^{1/3}, \quad (13)$$

где $Nu_e = \alpha_e R_0 / \lambda_3$ - число Нуссельта; $Ra_e = g\beta\Delta T \frac{(2R_0)^2}{\nu_3 a_3}$ - критерий Релея.

Функция $f(\text{Pr})$ найдется из соотношения [2,3]:

$$f(\text{Pr}) = \left[1 + \left(\frac{0,5}{\text{Pr}} \right)^{9/16} \right]^{-16/9}. \quad (14)$$

Функцию Φ можно найти из выражения [2]:

$$\Phi\left(Ra_e, \frac{L}{2R_0}\right) = \left\{ 1 + \frac{0,231}{[Ra_e(L/2R_0)^4]^{1/4}} \right\}^2. \quad (15)$$

Для расчета по (13)-(15) можно принять $Pr = 0,7$.

Плотность теплового потока в пятне плазмы определится из соотношения, найденного Г. А. Поздеевым:

$$q_n = 23,4 j^{1,22} G_{nl}^{0,16} G_{np}^{-0,06} h^{-0,07}, \quad (16)$$

где j – величина электрического тока дуги; G_{nl} – расход плазмообразующего газа; h – дистанция наплавки (расстояние от среза сопла до поверхности детали); G_{np} – расход транспортирующего газа.

Закон движения центра плазменного пятна:

$$\left. \begin{aligned} z'_c &= \frac{L}{2} + \left(\frac{L}{2} - \gamma\right) \sin \beta \tau; \\ \varphi'_c &= \omega \tau, \tau > 0 \end{aligned} \right\}, \quad (17)$$

где z'_c , φ'_c – координаты центра пятна.

Уравнения (1)-(17) представляют собой математическую модель теплообмена при плазменной наплавке металла на поверхность ролика.

Рассмотрим качественные показатели полученного наплавленного металла для различных температур нагрева расплава и продолжительности выдержки, выраженной через t .

При наплавлении основы в расплаве с $T_{ж} = 1520..1560^{\circ}C$ отмечается невысокий уровень пластических характеристик плакированного металла (рисунок 2). В макроструктуре образцов наблюдается отслоение металла покрытия, особенно характерное для заготовок, полученных в рамках первой стадии операции наплавки.

В структуре основного металла в зоне термического влияния отмечено обезуглероживание приграничных участков соединения в силу диффузионной активности углерода. В зоне термического влияния со стороны покрытия зарегистрирована крупнозернистая структура аустенита, полученная в результате кратковременности процесса наплавки.

Практически для всех образцов регистрируются трещины в приграничных областях переходного слоя со стороны основы, что объясняется активной диффузией углерода в сторону образовавшегося сварного соединения, образованием множества карбидных участков в зоне термического влияния со стороны основы. Карбидные включения, как концентраторы напряжений, определяют склонность металла со стороны основы к хрупкому разрушению в зоне термического влияния, и способствуют развитию такого дефекта операции наплавки, как «расслой».

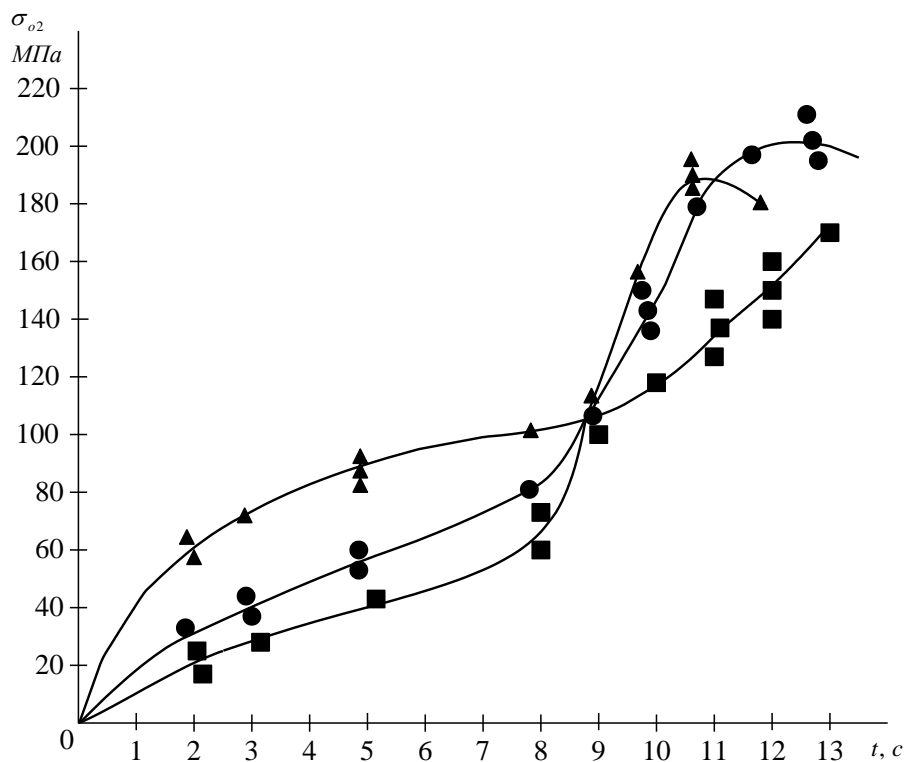


Рисунок 2: 1 - $T_p = 1540 \text{ }^\circ\text{C}$, 2 - $T_p = 1570 \text{ }^\circ\text{C}$, 3 - $T_p = 1600 \text{ }^\circ\text{C}$

Для заготовок, полученных как на первой, так и на второй стадии наплавки, характерно полное, либо частичное отслоение покрытия при испытаниях металла на изгиб. В макроструктуре наплавленного слоя заготовок, полученных при нанесении на основу расплава с $T_{ж} = 1520..1560 \text{ }^\circ\text{C}$ наблюдаются трещины по кромкам покрытия, что указывает на потерю металлом высокого уровня пластичности, характерного для коррозионностойких марок стали, в результате неоптимальных теплофизических условий ведения процесса. Этот эффект особенно характерен для первой стадии наплавки.

Предложено после завершения процесса наплавки ролик подвергнуть термостатированию для выравнивания температурных полей по объему и снижения термических напряжений.

Список использованной литературы

1. Математическое моделирование теплообмена при изготовлении роликов с упрочненным внешним слоем/ Н.И. Шестаков,

Ю.М. Журавлева, Е.Л. Никонова [и др.]// Научные аспекты современных исследований. LIV Международная научно-практическая конференция Евразийского научного объединения. (РИНЦ). Москва: 2019. Часть 1. С. 83-85.

2. Математическая модель температурного поля ролика при плазменной наплавке/ Н.И. Шестаков, Ю.М. Журавлева, Ю.В. Антонова [и др.]// Перспективы модернизации современной науки. Международная научно-практическая конференция Евразийского научного объединения. (РИНЦ). Москва: 2020. Часть 2. С. 158-160.

3. Исследование теплообмена при изготовлении ролика в процессе плазменной наплавки/ Н.И. Шестаков, Ю.М. Журавлева, Е.Л. Никонова [и др.]// Современные задачи научной работы. Перспективы внедрения инновационных решений// Сборник статей по итогам Международной научно - практической конференции. Агентство международных исследований. Магнитогорск: 2022. С.72-77.

© Шестаков Н.И., Журавлева Ю.М., Шестакова Е.А., Никонова Е.Л., 2022

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 519.863, 631.171

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РАВНОВЕСНОЙ СТРАТЕГИИ ДЛЯ ПЕРЕРАБОТКИ САХАРНОЙ СВЕКЛЫ

Эгамов Альберт Исмаилович

*Доцент, кандидат физико-математических наук,
Нижегородский университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород.*

Гертель Арина Олеговна

*Студент 4 курса ИИТММ,
Нижегородский университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород;*

Приставченко Оксана Викторовна

*Магистрант 1 курса ИИТММ,
Нижегородский университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород;*

PERFORMANCE EVALUATION OF PARITY STRATEGY FOR SUGAR BEET PROCESSING

Egamov Albert Ismailovich

*Docent, Candidat of phys.-mat. sciences,
Lobachevsky University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod.*

Gertel Arina Olegovna

*Student of 4 course ИТММ,
Lobachevsky University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod.*

Pristavchenko Oksana Viktorovna

*Graduate student of 1 course ИТММ,
Lobachevsky University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod.*

DOI: 10.31618/ESU.2413-9335.2022.1.100.2.1679

АННОТАЦИЯ

В статье рассматривается математическая модель управления процессом переработки скоропортящегося продукта – сахарной свеклы. Решается вопрос о смешивании нескольких партий во время обработки для достижения наивысшего выхода конечного продукта. В статье показано, что стратегия смешивания в любых пропорциях ни при каких обстоятельствах не увеличит оптимальную целевую функцию, полученную без смешивания различных партий. Однако, теоретически, даже смешанная стратегия может претендовать на роль квазиоптимальной. В статье предложены оценки потери целевой функции для равновесной стратегии, которая получается, если свекла из всех партий подается на вход каждый раз в равных долях.

ABSTRACT

The article considers a mathematical model for control the processing of a perishable product – sugar beet. The issue of mixing several batches during processing is being resolved to achieve the highest yield of the final product. The article shows that the mixing strategy in any proportions will under no circumstances increase the optimal target function obtained without mixing different batches. However, theoretically, even a mixed strategy can claim to be quasi-optimal. The article offers estimates of the loss of the objective function for the parity strategy, which is obtained if beets from all batches are fed to the input each time in equal parts.

Ключевые слова: математическая модель, переработка сахарной свеклы, венгерский алгоритм, квазиоптимальная стратегия, равновесная стратегия

Key words: mathematical model, sugar beet processing, Hungarian algorithm, quasi-optimal strategy, parity strategy

Introduction

The task of constructing an optimal schedule for the processing of different batches of beets, depending on their production value, was considered in a number of works by the authors [1-3]. However, when solving this problem, it should be taken into account that often One of the main problems that are solved in the organization of technological processes is the task of constructing an optimal schedule for the processing of various batches of raw materials. This task is most relevant for industrial enterprises of the agricultural sector. Here, the raw material is agricultural products,

which are harvested in a limited period of maturation, and then stored for a relatively long time to ensure the smooth functioning of processing enterprises. Different batches of raw materials have different initial production value and different rate of its decline during storage, which also depends on storage conditions. The use of the best processing sequence for different batches of raw materials sometimes makes it possible to achieve a significant increase in the yield of the finished product under the same production and storage conditions. In particular, the task of optimizing the processing schedule arises in sugar production [4],

where sugar beet is the raw material. The beets harvested after ripening are stored in the heap fields until processing, and different varieties of beets have different sugar content and reduce it at different rates during storage. The works of many researchers are devoted to preserving the sugar content of beets and preventing its wilting, for example, [5-11]. In order to eliminate the negative consequences of storage (freezing, rotting, etc.), producers intentionally mix different varieties of beets in different proportions

when preparing raw materials for the current moment of processing. They mix lower-quality raw materials with higher-quality ones. The purpose of this work is to study the effect of mixing different beet varieties on sugar yield from the point of view of increasing the introduced sucrose and determining the optimal processing strategy to maximize the yield of the finished product taking into account this effect and to obtain an estimate of losses for the parity strategy

Materials and methods. mathematical formalization of the problem

Let sugar beet of n varieties, numbered from 1 to n , be harvested for further processing. The quantity (mass) M of beets of each variety is the same and is processed during one production cycle lasting a fixed period of time (one day). Accordingly, n processing periods are necessary to process the entire beet, individual batches of raw materials must be stored for a certain number of periods before being processed. We introduce the following notation: a_i is the sugar content (percentage of sugar content) of the i th beet variety, $i = \overline{1, n}$, b_{ij} is the reduction coefficient of sugar content of the i -th beet variety as a result of storage for the j -th period of time, $0 < b_{ij} < 1$. The sugar content of the i th beet variety changes as follows: $a_i b_{i1}$ is after the first period, $a_i b_{i1} b_{i2} \dots b_{ik-1}$ is by the beginning of the k th processing period (unless, of course, it is processed before this moment). Denote p_{ij} as sugar content of the i th beet variety by the beginning of the j th processing period, then $p_{i1} = a_i$, $p_{i2} = a_i b_{i1}$, ..., $p_{in} = a_i b_{i1} \dots b_{in-1}$, $i = \overline{1, n}$. The elements p_{ij} form a square matrix of dimension $n \times n$: $\mathbf{P} = (p_{ij})$. The output of the finished product (sugar) at each processing period, other things being equal, is the greater, the greater the sugar content of the substance processed at this stage.

Let a batch of raw materials for the j th processing period be prepared as follows: all beet varieties are mixed in unequal proportions so that the total mass is M , the proportion of first grade beets is x_{1j} , the share of second grade beets is x_{2j} , ..., share of i th grade is x_{ij} , ..., share of n th grade is x_{nj} , Obviously, these shares must satisfy the following conditions

$$0 \leq x_{ij} \leq 1, \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, n}; \quad \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, n}. \quad (2)$$

The product yield for the entire processing time is proportional to

$$S = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} x_{ij}. \quad (3)$$

The optimization problem consists in choosing the shares x_{ij} , satisfying the conditions (1), (2) under which the objective function (3) takes the maximum value \tilde{S} . The stated problem is a special case of the classical linear programming problem, which can be solved by the simplex algorithm, which has proven itself in economic applications.

Mixing strategies

It is clear that there is a bijection between points in a space R^{n^2} with coordinates $(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}, x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}, x_{31}, \dots, x_{nn-1}, x_{nn})$ and square matrices \mathbf{X} of order $n \times n$. Matrices satisfying conditions (1), (2) are called bistochastic [12]. Matrices, satisfying conditions (2) and next conditions:

$$x_{ij} = 0 \text{ or } x_{ij} = 1, i = \overline{1, n-1}, j = \overline{1, n-1} \quad (4)$$

are called permutation matrices. The strategy corresponding to the bistochastic matrix is called "mixed". The following Birkhoff theorem is valid.

Birkhoff theorem. *The set (1), (2) is a polyhedron in R^{n^2} , whose vertex coordinates are permutation matrixes [12].*

It follows from this theorem and linear programming theory that the largest (and smallest) value of the objective function (3) can always be achieved on a permutation matrix. Thus, the maximum possible result can always be achieved without mixing different batches for simultaneous processing in one production period. If variables x_{ij} satisfying the conditions (2) and (4) are considered as a solution, this problem is one of the variants of the well-known "assignment problem" [13-17].

The assignment problem is a fundamental problem of combinatorial optimization. In 1955, H. Kuhn developed the "Hungarian algorithm" [13, 14, 18] with polynomial complexity $O(n^4)$ to solve it. Subsequently, its modification was proposed, which has polynomial complexity $O(n^3)$ [19]. The Hungarian algorithm can find both the maximum and minimum value of the objective function, as well as the corresponding choice of matrix rows, that is, the extreme processing schedule.

Nevertheless, it is very difficult to use the Hungarian algorithm in practice, since it is necessary to know a priori all the degradation coefficients of the batches at all stages, even if the batches have already been processed by this stage. Therefore, the question arises: is there a certain strategy for processing batches that would be quasi-optimal and easy to apply [2, 3]. In particular, the strategy can be "mixed".

Parity schedule

3.1 Losses of parity schedule under extreme distribution of initial sugar content

Next, we consider some special cases of mixing. Suppose that the following "parity" schedule is used during processing: at each stage, all batches are processed in equal shares (the total mass is 1), that is, elements $x_{ij} = \frac{1}{n}$, $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$. In addition, we impose conditions on the degradation coefficients:

$$b_{ij} = b \in (0,1), i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n-1}. \quad (5)$$

We will denote the schedule losses by value $\mu = \frac{\tilde{S} - S_0}{\tilde{S}} \times 100\%$, where \tilde{S}, S_0 are the values of the objective functions of the optimal schedule and the parity schedule, respectively. Let us estimate the maximum possible losses of the parity schedule with respect to the optimal one, assuming that they are applied to a certain set of batches with the same parameters. Let n be an even number, we denote: $A_n = \frac{1}{n}(a_1 + \dots + a_n)$, then a_k is represented as $a_k = A_n + \delta_k$, where $|\delta_k| \leq \varepsilon, \varepsilon > 0$ is some constant and the equality $\sum_{i=1}^n \delta_i = 0$ is fulfilled. The objective function is

$$S = \sum_{i=1}^n a_i b^{i-1} = \sum_{i=1}^n (A_n + \delta_i) b^{i-1}$$

Below we present such δ_i , so that this objective function would be maximum. The objective function of the parity schedule is equal to

$$S_0 = \sum_{i=1}^n A_n b^{i-1} = A_n \frac{1 - b^n}{1 - b}$$

Exploring the difference between of this objective functions we get $S - S_0 = \sum_{i=1}^n \delta_i b^{i-1}$, taking into account equality $\sum_{i=1}^n \delta_i = 0$ and inequalities $|\delta_i| \leq \varepsilon$. The task is transformed to the following: Find max $\sum_{i=1}^n \delta_i b^{i-1}$, under conditions $\sum_{i=1}^n \delta_i = 0$ and $|\delta_i| \leq \varepsilon$. Solving it, we get, that first $n/2$ variables $\delta_i = \varepsilon$, $i = \overline{1, n/2}$, other $n/2$ variables $\delta_i = -\varepsilon$, $i = \overline{n/2 + 1, n}$. Then

$$\tilde{S} - S_0 = \sum_{i=1}^{n/2} \varepsilon b^{i-1} - \sum_{i=n/2+1}^n \varepsilon b^{i-1} = \frac{\varepsilon(1-b^{n/2})^2}{1-b}.$$

For a given δ_i , if we will accept $n = 50$, $\varepsilon = 0.1$, $A_n = 0.2$, $b = 0.95$, losses are equal $\mu = \frac{\tilde{S} - S_0}{\tilde{S}} = \frac{1.0443}{1.0443 + 3.6924} \approx 22\%$.

Having presented the solution of the problem in a similar way, we note that, in fact, instead of 50 different parties, there are only two of them in this solution. It turned out 2 sets of 25 batches with initial sugar content $A_n + \varepsilon$ and $A_n - \varepsilon$. Note that the more ε , the more μ .

However, it is easy to see that the functions \tilde{S} , S_0 are continuous and even uniformly continuous with respect to their parameters; therefore, by slightly varying the initial sugar content within the tolerance, 50 different batches can be obtained with a losses of at least 20 percent.

1.2 Losses of parity schedule with uniform distribution of initial sugar content

Consider another example, here the initial sugar content of the batches is "evenly distributed" on the allowable interval, that is, it is an arithmetic progression located in the allowable interval $[0.15, 0.25]$: $a_1 = 0.25$, $a_{k-1} = a_k + h$, $k = \overline{2, n}$, $a_n = 0.15$, $\Delta a = 0.1$, that is, the difference between close parameters a_k is equal to $h = \frac{a_1 - a_n}{n-1} = \frac{0.1}{n-1}$, $A_n = 0.2$, $a_k = a_1 - (k-1)h$, $k = \overline{1, n}$, that is $a_k = A_n + 0.5\Delta a - (k-1)h$. The Equalities (5) hold. In this case, according to the rearrangement inequality [20], the optimal objective function is equal to

$$\tilde{S} = \sum_{i=1}^n a_i b^{i-1} = \sum_{i=1}^n (A_n + 0.5\Delta a - (i-1)h) b^{i-1}$$

According to (8) the difference between of this objective functions:

$$\tilde{S} - S_0 = 0.5 \cdot \Delta a \cdot \sum_{i=1}^n b^{i-1} - h \sum_{i=1}^n (i-1) b^{i-1}. \quad (6)$$

We will use information from mathematical analysis. Notice, that $f(z) = \sum_{i=1}^n z^{i-1} = \frac{1-z^n}{1-z}$. Its derivative is

$$f'(z) = \sum_{i=1}^n (i-1) z^{i-2} = \frac{d}{dz} \left(\frac{1-z^n}{1-z} \right) = \frac{-nz^{n-1}(1-z) + (1-z^n)}{(1-z)^2}.$$

Therefore expression (6) will be rewritten as

$$\begin{aligned}\tilde{S} - S_0 &= 0.5\Delta a \frac{1-b^n}{1-b} - hb \frac{-nb^{n-1}(1-b) + (1-b^n)}{(1-b)^2} = \\ &= 0.5\Delta a \frac{1-b^n}{1-b} - \frac{hb}{(1-b)^2} \cdot ((n-1)b^n - nb^{n-1} + 1).\end{aligned}$$

If we will accept $n = 50$, $\varepsilon = 0.1$, $A_n=0.2$, $b=0.95$, the losses of the parity schedule will be

$$\frac{\tilde{S} - S_0}{\tilde{S}} = \frac{0.2685}{3.6924 + 0.2685} \approx 6.78 \%$$

2. Conclusion

With the same degradation coefficient, the parity schedule gives a greater deviation from the optimal target function, the greater the dispersion of the initial sugar content. An attempt is made to use the parity strategy as a quasi-optimal plan. It is clear that with a small variance of the initial sugar content, due to the uniform continuity of the objective function with respect to it's the parity strategy, it will be quasi-optimal. With a large dispersion of parameter a, the use of parity strategy is not desirable.

Acknowledgment

The article was carried out under the contract No SSZ-1771 dated 22.04.2021. on the implementation of R&D on the topic: "Creation of high-tech sugar production on the basis of JSC "Sergach Sugar Plant", within the framework of the Agreement on the provision of subsidies from the federal budget for the development of cooperation between the Russian educational organization of higher education and the organization of the real sector of the economy in order to implement a comprehensive project to create high-tech production No. 075-11-2021-038 of 24.06.2021. (IGC 000000S407521QLA0002).

References

Balandin D.V., Kuzenkov O.A., Vildanov V.K. «A software module for constructing an optimal schedule for processing raw materials» // Modern information technologies and IT education. 2021. 17(2). P. 442–452. (In Russ.)

Balandin D.V., Vildanov V.K., Kuzenkov O.A., Egamov A.I. «Optimal schedule of sugar beet processing in conditions of uncertainty». In Actual problems of applied mathematics, computer science and mechanics: Proceedings of the International Scientific Conference, Voronezh. 2022. P. 328–334. (In Russ.)

Balandin D.V., Vildanov V.K., Kuzenkov O.A., Zakharova I.V., Egamov A.I. «Strategy of processing sugar beet batches with close parameters of its withering», [Digests of the second All-Russian scientific and practical seminar "Mathematical and computer modeling and business analysis in the conditions of digitalization of the economy" Proceedings. Nizhny Novgorod. UNN, N.Novgorod, 2022. P.10–18. (In Russ.)

Sapronov A.R. Technology of sugar production. 2nd ed., corrected and additional. 1999. M.: Kolos. (In Russ.)

Jiao Z., Higgins A.J., Prestwidge D.B. An integrated statistical and optimization approach to increasing sugar production within a mill region. // Computers and Electronics in Agriculture. 2005. 48. P. 170-181.

Ionitsa Y.S., «Change in sugar yield during storage of sugar beet of various selection». 2007. Sugar. №1. PP. 31–33. (In Russ.)

Kulneva N.G., Putilina L.N., Sveshnikov I.Y., Kazakevich S.Y. «Storage and processing of sugar beet of low technological quality». In the proceedings of scientific articles and reports of the II International Scientific and Practical Conference Innovative solutions in the production of food from vegetable raw materials. Voronezh, October 26-27, 2016. P. 380–384. (In Russ.)

Kulneva N.G., Putilina L.N. Selection of optimal parameters of sugar beet processing before storage. Proceedings of the XIX International scientific conference «The priorities of the world science: experiments and scientific debate». North Charleston, SC, USA 28-29 November, 2018. P. 8–11.

Kukhar V.N., Chernyavsky A.P., Chernyavskaya L.I. and Mokanyuk Yu.A., Methods for assessing the technological qualities of sugar beet using indicators of the content of potassium, sodium and α -amine nitrogen determined in beet and its processed products // 2019. Sugar. 1. P. 18–36. [In Russian]

Brusenkov A.V., Strukov I.A. and Myakotin V.O. «Factors affecting the storage of sugar beet». In the proceedings of the conference 2nd All-Russian (national) Scientific and Practical Conference "Modern Science: theory, methodology, practice". Tambov, May 28-29, 2020. P. 234–237. (In Russ.)

Junqueira R., Morabito R. Modeling and solving a sugarcane harvest front scheduling problem // International Journal of Production Economics. 2019. 231 (1). P.150-160.

Emelichev V.A., Kovalev M.M., Kravtsov M.K. Polyhedra, Graphs, Optimization. M.: Nauka, 1981. 344c (In Russ.)

Bunday B., Basic linear programming. 1984. London.

Sigal I.H., Ivanova A.P. Introduction to applied discrete programming: models and computational algorithms. Textbook. Moscow. 2002. (In Russ.)

Rainer B., Mauro D., Silvano M. «Assignment problems». Printed in the USA. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics. 2009.

Malyugina O.A., Chernyshova G.D. The use of the assignment problem in solving the problem of staff formation // Bulletin of the Voronezh State University (Faculty of Adj. mathematics, computer science and mechanics). 2010. 8. P. 141–148. (In Russ.)

Lelyakova L.V., Kharitonova A.G., Chernyshova G.D. Applied assignment problems (models, solution algorithms) // Bulletin of the Voronezh State University. 2017. 2. P. 22–27. (In Russ.)

Kuhn H. The Hungarian Method for the assignment problem // Naval Research Logistics Quarterly. 1955. 2. P. 83–97

Hopcroft J., Karp R. An $n^{5/2}$ algorithm for maximum matchings in bipartite graphs // SIAM J. on Computing. 1973. 2 (4). P. 225–231.

Radzivilovsky L.V. Generalization of permutation inequality and Mongolian inequality // Mathematical Enlightenment. 2006. 10. (In Russ.)

Евразийский Союз Ученых. Серия: технические и физико-математические науки

Ежемесячный научный журнал
№ 7 (100)/2022 Том 2

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Макаровский Денис Анатольевич

AuthorID: 559173

Заведующий кафедрой организационного управления Института прикладного анализа поведения и психолого-социальных технологий, практикующий психолог, специалист в сфере управления образованием.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Штерензон Вера Анатольевна

AuthorID: 660374

Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Институт новых материалов и технологий (Екатеринбург), кандидат технических наук

Синьковский Антон Владимирович

AuthorID: 806157

Московский государственный технологический университет "Станкин", кафедра информационной безопасности (Москва), кандидат технических наук

Штерензон Владимир Александрович

AuthorID: 762704

Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Институт фундаментального образования, Кафедра теоретической механики (Екатеринбург), кандидат технических наук

Зыков Сергей Арленович

AuthorID: 9574

Институт физики металлов им. М.Н. Михеева УрО РАН, Отдел теоретической и математической физики, Лаборатория теории нелинейных явлений (Екатеринбург), кандидат физ-мат. наук

Дронсейко Виталий Витальевич

AuthorID: 1051220

Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), Кафедра "Организация и безопасность движения" (Москва), кандидат технических наук

Статьи, поступающие в редакцию, рецензируются. За достоверность сведений, изложенных в статьях, ответственность несут авторы. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов материалов. При перепечатке ссылка на журнал обязательна. Материалы публикуются в авторской редакции.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Художник: Валегин Арсений Петрович
Верстка: Курпатова Ирина Александровна

Адрес редакции:
198320, Санкт-Петербург, Город Красное Село, ул. Геологическая, д. 44, к. 1, литера А
E-mail: info@euroasia-science.ru ;
www.euroasia-science.ru

Учредитель и издатель ООО «Логика+»
Тираж 1000 экз.