

Евразийский Союз Ученых. Серия: технические и физико-математические науки

Ежемесячный научный журнал
№ 8 (89)/2021 Том 1

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Макаровский Денис Анатольевич

AuthorID: 559173

Заведующий кафедрой организационного управления Института прикладного анализа поведения и психолого-социальных технологий, практикующий психолог, специалист в сфере управления образованием.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

• **Штерензон Вера Анатольевна**

AuthorID: 660374

Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Институт новых материалов и технологий (Екатеринбург), кандидат технических наук

• **Синьковский Антон Владимирович**

AuthorID: 806157

Московский государственный технологический университет "Станкин", кафедра информационной безопасности (Москва), кандидат технических наук

• **Штерензон Владимир Александрович**

AuthorID: 762704

Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Институт фундаментального образования, Кафедра теоретической механики (Екатеринбург), кандидат технических наук

• **Зыков Сергей Арленович**

AuthorID: 9574

Институт физики металлов им. М.Н. Михеева УрО РАН, Отдел теоретической и математической физики, Лаборатория теории нелинейных явлений (Екатеринбург), кандидат физ-мат. наук

• **Дронсейко Виталий Витальевич**

AuthorID: 1051220

Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), Кафедра "Организация и безопасность движения" (Москва), кандидат технических наук

Статьи, поступающие в редакцию, рецензируются. За достоверность сведений, изложенных в статьях, ответственность несут авторы. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов материалов. При перепечатке ссылка на журнал обязательна. Материалы публикуются в авторской редакции.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Художник: Валегин Арсений Петрович
Верстка: Курпатова Ирина Александровна

Адрес редакции:
198320, Санкт-Петербург, Город Красное Село, ул. Геологическая, д. 44, к. 1, литера А
E-mail: info@euroasia-science.ru ;
www.euroasia-science.ru

Учредитель и издатель ООО «Логика+»
Тираж 1000 экз.

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Bondarchuk V.V.

THEORETICAL ASPECTS OF RHEOCARDIOGRAPHY
VISUALIZATION IN EXPERT BAROTHERAPY SYSTEMS..3

Гасымов Г.Г.

ЗАДАЧА ИДЕНТИФИКАЦИИ КОЭФФИЦИЕНТОВ
ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ В
МАКИСТРАЛЬНОМ ГАЗОПРОВОДЕ 6

Матвеев А.Г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ЕЗДКИ И ТЕХНИКО-
ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАБОТЫ
АВТОМОБИЛЕЙ НА МЕЖДУГОРОДНЫХ
МАРШРУТАХ ПРИ ПОМОЩИ MS EXCEL В
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ11

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

Мамедов Р.С., Гасымов С.Ю., Алиева С.О.

КОНЕЧНОМЕРНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ РЕШЕНИЯ
ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ С МИНИМАЛЬНОЙ
ЭНЕРГИЕЙ ПРОЦЕССОМ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С
ИМПУЛЬСНЫМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ18

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

UDC 004.89
SRSTI 28.17.31;29.03

THEORETICAL ASPECTS OF RHEOCARDIOGRAPHY VISUALIZATION IN EXPERT BAROTHERAPY SYSTEMS

DOI: [10.31618/ESU.2413-9335.2021.1.89.1427](https://doi.org/10.31618/ESU.2413-9335.2021.1.89.1427)

*Bondarchuk Victoria Valerievna,
Candidate of Technical Sciences,
Head visual recognition department,
Donetsk Institute of Artificial Intelligence Problems*

УДК 004.89
ГРНТИ 28.17.31;29.03

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ВИЗУАЛИЗАЦИИ РЕОКАРДИОГРАФИИ В ЭКСПЕРТНЫХ СИСТЕМАХ БАРОТЕРАПИИ

*Бондарчук Виктория Валерьевна,
кандидат технических наук,
заведующий отделом распознавания зрительных образов,
Донецкий институт проблем искусственного интеллекта*

ABSTARCT

The article describes the theoretical aspects of visualization of the expert system of the barotherapy process. The implemented models of hyperbaric oxygenation modes are presented: pathologies during hyperoxia, functional initial characteristics and reactivity to hyperoxia during hyperbaric oxygenation, indicators of the activity of regulatory systems. Assessment of adaptation reserves. Indicators of activity of regulatory systems. Visualization of all sessions of the system.

АННОТАЦИЯ

В статье описаны теоретические аспекты визуализации экспертной системы процесса баротерапии. Представлены реализованные модели режимов гипербарической оксигенации: патологии при гипероксии, исходные функциональные характеристики и реактивность на гипероксию при гипербарической оксигенации, показатели активности регуляторных систем. Оценка адаптационных резервов. Показатели деятельности регуляторных систем. Визуализация всех сессий системы.

Keywords: expert systems, barotherapy, heart rate variability, Rheocardiography, hyperoxia

Ключевые слова: экспертные системы, баротерапия, вариабельность сердечного ритма, реокардиография, гипероксия

Currently informatization is becoming an integral part of the health care of the Donetsk People's Republic. The use of achievements in the field of digital technologies for processing large amounts of information contributes to improving the quality of medical services provided.

Analysis of domestic and foreign studies on the automation of the barotherapy process has shown that recently, scientific research devoted to the formation of the theoretical foundations and the practical implementation of expert decision support systems for the formation of hyperbaric oxygenation modes have been insufficiently conducted [2, p. 114-116]. The solution to this problem is possible taking into account the methodological aspects of the formal description of the expert decision support system for the automation of the barotherapy process (ES AB), based on the logical-formal apparatus of description, the creation of indirect criterion algorithms for determining the parameters of heart rate variability (HRV) according to the recorded during the barotherapy session cardio signal, which rely on the frequency response of the

signals and the capabilities of the instruments [3, p. 391-399].

The analysis of modern techniques and developments determined the need for the development of methodological provisions for the formalization of tools for the implementation of ES AB. When developing methodological provisions, rules were formulated that substantiate the interaction, which made it possible to formalize the modular structure of ES AB. Mathematical models for converting analog and digital signals are synthesized as parametric structures. Identification algorithms have been developed to estimate the parameters of these models [4, p. 137-142].

The developed methodological provisions of formalization by representing their characteristics and mathematical models of software and hardware for computer transformation are the basis for the algorithms of the developed system, which functionally consists of three subsystems: information identification of technical devices, HRV recognition and Expert Solution.

Within the framework of the applied research work "Development of an expert decision support system for automating the barotherapy process", principles have been developed for the construction and implementation of expert systems for the barotherapy process, the mechanism of optimal interaction, which establishes an unambiguous connection between the information system, the object and the controlled environment to obtain stable and unambiguous characteristics of the system corresponding to the hyperbaric state of the object [5, p. 16-21].

The proposed approach provides a good tracking of the pressure profile, the prehistory of the barotherapy process. Changing the pressure chamber modes depending on the patient's real state, determined by HRV, makes it possible to reduce the negative impact of the HBO process, exclude unsafe alarming situations or suspend the dynamics of the process, and, thereby, maintain the stable operation of the system with powerful treatment tools. Thus, mutual adaptation of the object, the environment and the measuring system is ensured.

The structural-logical model of the implementation of an intelligent ES AB system is implemented using a process-system approach, event-driven architecture; intelligence (machine learning, context sensitivity, metadata, smart wrappers, initiation and response, smart recommendations, automatic and smart discoverability, smart screen savers, semantic UI prompts, flexible user-driven analysis of information, flexible semantic queries, etc.).

A computer program for the selection of barotherapy modes has been developed and included in the expert decision support system for automating the barotherapy process based on rheocardiography.

The proposed program makes it possible to carry out a complete analysis of the cardiointervalogram [6, p. 128 - 134], to calculate the heart rate variability indices in the frequency domain (measures of the power of the effects of neurohumoral regulation; measures of the power of ultra-low-frequency effects of neurohumoral regulation are associated with the circadian period; measures of the power of very low-frequency effects of neurohumoral regulation, which are associated with thermoregulation, other systems such as the reninangiotensin system and the sympathetic nervous system; measures of the power of low-frequency influences of neurohumoral regulation, which is associated mainly with sympathetic and partially parasympathetic links of regulation; the relative level of the low-frequency link of neurohumoral regulation is associated with the relative level of the sympathetic link; measures of the power of high-frequency influences of neurohumoral regulation, which is associated mainly with the parasympathetic link of regulation; the relative level of the high-frequency link of neurohumoral regulation is associated with the relative level of the parasympathetic link; measures of the balance of low and high frequency regulation links, which are often considered as a measure of sympathetic balance; the average level of activity of very low-frequency influences of neurohumoral regulation, which is associated with the

influences of the suprasedgmental divisions of the sympathetic link of autonomic regulation; the average level of activity of low-frequency influences of neurohumoral regulation is associated with the activity of the vasomotor center; the average level of activity of high-frequency influences of nonhumoral regulation, which is associated with the effects of the parasympathetic link of autonomic regulation; the degree of centralization of heart rhythm control (the predominance of the activity of the central regulation circuit over the autonomous one) links of autonomic regulation; the degree of centralization of heart rhythm control (the predominance of the activity of the central regulation circuit over the autonomous one).

The created algorithms of indirect criteria for managing the barotherapy process are based on the following theoretical concepts. Models of HBO pathology modes during hyperoxia (Maximum therapeutic effect in the absence of the pathogenic action of HBO): Normobaric oxygenation (NBO) - NBO protocol: after sealing the pressure chamber, the patient was in an environment of 100% oxygen without compression for 60 minutes; Minimized mode: $p = 0.1-0.49$ ati, isopression time - up to 30 min.; Step mode - compression alternates with stops, after which compression resumes; Sinusoidal mode - after pressure rise - decompression-compression, etc.

Models of the functional characteristics of the initial and reactivity to hyperoxia during HBO ("+" - good, "-" - poor): SNS / PNS tone - initial determination, during HBO; low values of SDNN, TP and RMSSD, PNN50 - indicate a decrease in the total power of the NGR, tone of the PNS and an increase in the tone of the SNS; HBO: an increase in the power of NGR (an increase in SDNN, TP and components - VLF, LF, HF) and increased PNS tone (an increase in HF, HF_n, RMSSD and a significant PNN50, as well as a decrease in the LF / HF ratio) +; growth of the total capacity of HRV +; increase in the power of the HRV link responsible for the tone of the PNS +; pathology models during HBO: a decrease in the total power of the NGR, the tone of the PNS and an increase in the tone of the SNS, as evidenced by the low values of SDNN, TP and RMSSD, PNN50 (IHD).

1. Heart rate - average heart rate (HR in international terminology, beats / min). Interpretation: heart rate <50 - severe bradycardia, 50-59 - moderate bradycardia, 60-75 - normocardia, 76-90 - moderate tachycardia, heart rate > 90 - severe tachycardia.

2. RMS - standard deviation (SDNN, s). Interpretation: RMS <0.04 - increased activity of the sympathetic division of the autonomic nervous system, 0.04-0.16 - vegetative balance, RMSD > 0.16 - increased activity of the parasympathetic department; CV - coefficient of variation of heart rate (%) according to R.M. Baevsky. Interpretation: CV <3 - predominance of the sympathetic section, 3-12 - vegetative balance, CV = 12 - the predominance of the parasympathetic department.

3. dX - variation range - the difference between the largest and the smallest duration of cardiointervals (MxDMN, s). Interpretation: dX <0.05 - pronounced predominance of the sympathetic nervous system

(SNS), 0.06-0.15 - moderate prevalence of SNC, 0.15-0.3 - vegetative balance, 0.3-0.5 - moderate prevalence of PNS, $dX > 0.5$ - pronounced predominance of PNS.

4. AMo - mode amplitude - the number of values corresponding to the mode, expressed as a percentage. Interpretation: $AMo < 15$ - pronounced predominance of PNS, 5-30 - moderate prevalence of PNS, 30-50 - vegetative balance, 30-10 - moderate prevalence of SNC, $AMo > 80$ - pronounced predominance of SNS.

5. ID - index of stress of regulatory systems (SI- stress index). $ID = AMo / 2 Mo \times dX$. Interpretation: $ID < 25$ - pronounced predominance of PNS, 26-50 - moderate prevalence of PNS, 51-200 - vegetative balance, 201-500 - moderate prevalence of SNC, $ID > 500$ - pronounced predominance of SNS.

6. The adaptive reserves of the subjects were assessed on the basis of an integral index - an indicator of the activity of regulatory systems (IARS). The calculation of IARS is carried out according to an algorithm that takes into account the following criteria: the total effect of regulation; functions of automatism; vegetative homeostasis; the stability of the regulation processes; the activity of the subcortical nerve centers. IARS is calculated by the sum of the modules for evaluating the criteria (+2, +1, 0, -1, -2), taking into account the sympathetic (+ IARS) and parasympathetic (IARS) components. Interpretation: 0-1 - the optimality of regulation processes, 2-4 - moderate functional stress, 5-6 - pronounced functional stress, 7-8 - sharp functional stress, 9-10 - failure of adaptation.

The above theoretical concepts are taken into account in the developed GBO expert system [6, p. 128 - 134]. Technological processes of the system are visualized and adapted for an expert doctor [7, p. 34 - 42]. Preliminary testing of the implementation of the ES AB system was successfully held in August 2020 and in April 2021 in the intensive care unit of hyperbaric oxygenation of the Republican Center for Occupational Pathology and Rehabilitation of the Donetsk People's Republic.

Conclusion

The process of barotherapy is carried out thanks to modern pressure chambers equipped with monitoring of the environment inside the chamber (temperature, humidity, pressure). The original expert system for managing the barotherapy process allows monitoring the functional state of a person during a session, individually selecting modes for each patient. Functional and morphological shifts occur in the pressure chamber at the level of organs and every cell of the human body. Some indicators can be observed in real time during the session. After the end of the

session, the doctor analyzes about thirty indicators of heart rate variability, on the basis of which it can be asserted how well the patient tolerates the procedure.

References

1. Informatization of health. Standard communication protocol. Part 91064. Computer electrocardiography (ISO 11073-91064:2009, IDT)
2. Ladaria, Elena G. Principles for Implementing an Intelligent Decision Support System in the Barotherapy Process [Текст] / Ladaria Elena G., Bondarchuk Victoria V., Kravchenko Nataliya M. // The 5th International scientific and practical conference "Perspectives of world science and education" (January 29-31, 2020) CPN Publishing Group, Osaka, Japan. 2020. 884 p. – P. 114–116.
3. Bondarchuk, V. V. Methodological aspects of modeling an intelligent decision support system for the formation of hyperbaric oxygenation modes [Text] / V. V. Bondarchuk, E. G. Ladaria, N. M. Kravchenko // The 6th International scientific and practical conference "Dynamics of the development of world science" (February 19-21, 2020) Perfect Publishing, Vancouver, Canada. 2020. 1324 p. - P. 391-399.
3. Bondarchuk Victoria V. Generation of the Intellectual Decision-Making Software for Forming Hyperbaric Oxidation Modes Prospects for Development [Текст] / Bondarchuk Victoria V., Ladaria Elena G., Kravchenko Nataliya M. // The 2nd International scientific and practical conference «Eurasian scientific congress» (February 24-25, 2020) Barca Academy Publishing, Barcelona, Spain. 2020. 525 p. – P. 137–142.
4. Bondarchuk V.V. Principles of construction and implementation of expert intelligent systems for the interaction of the hyperbaric state and the controlled parameters of objects. Eurasian Union of Scientists (ESU). Monthly scientific journal №81 / December 12/2020 - P. 16-21. DOI: 10 3168 / ESU.2020 1.75.8282.
5. Kravchenko N.M., Klyushanova TD, Bondarchuk V.V., Grintsova A.A., Denisenko A.F. Recognition of heart rate variability parameters by cardiac signal during barotherapy. International peer-reviewed scientific and theoretical journal "Problems of Artificial Intelligence". 2021. - № 2. - P. 128 - 134.
6. Bondarchuk V.V., Klyushanova T.D., Kravchenko N.M. Visualization of rheocardiography in expert systems of barotherapy. Artificial intelligence: theoretical aspects, practical application: materials of the Donetsk international scientific round table. - Donetsk: GU IPII. 2021 - p. 34 – 42.

УДК 517.977.56

**ЗАДАЧА ИДЕНТИФИКАЦИИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ
В МАКИСТРАЛЬНОМ ГАЗОПРОВОДЕ**

DOI: 10.31618/ESU.2413-9335.2021.1.89.1428

Гасымов Г.Г.*канд. техн. наук, доц. Гасымов Гасым Гурбан
Азербайджанский Государственный
Нефтяной и Промышленный Университет, г. Баку***АННОТАЦИЯ**

Предположен численный подход, основанный на получении расчетных формул для определения коэффициентов гидравлического сопротивления участков в системах трубопроводного транспорта по результатам наблюдений за режимами работы газопровода. Представление гидравлической сети в виде ориентированного графа позволило существенно сократить число уравнений в системе до количества замкнутых контуров. В программной реализации описанного метода для решения практических задач предусмотрена возможность групповой идентификации коэффициентов гидравлических сопротивлений.

ABSTRACT

A numerical approach, based on obtaining design formulas for the determination of hydraulic resistance coefficients of sites in pipeline transportation systems in the presence of the results of observations over a gas pipeline operating regimes, is proposed. The representation of the hydraulic network in the form of a directed graph allows to essentially reduce the number of equations in the system down to the number of closed loops. In the software implementation of the method described, for the solution of practical problems, group identification of the hydraulic resistance coefficients is provided for every eventuality.

Key words: stationary gas flow, hydraulic network, directed graph, hydraulic resistance coefficient of a site, parametrical identification.

Ключевые слова: стационарное движение газа, гидравлическая сеть, ориентированный граф, загираченность, коэффициент гидравлического сопротивления участка, параметрическая идентификация.

1. Введение. Системы нефтегазотрубопроводов играют большую роль в транспортировке сырья от мест добычи до потребителей. Для расчета и оптимизации режимов транспортировки сырья в настоящее время широко используются компьютерные системы, основанные на использовании соответствующих математических гидравлических моделей [1].

Как известно, математическая модель стационарного движения газа описывается в общем случае нелинейной системой алгебраических уравнений относительно расходов газа по участкам и давлений по их вершинам [2, с.13-21]. Число уравнений для реально существующих газопроводов различного назначения на примере современных месторождения достигает порядка нескольких сотен. Использование теории графов позволяет существенно сократить число уравнений в системе до количества замкнутых контуров. Основными параметрами, входящими в математическую модель газопровода, кроме геометрических, являются коэффициенты гидравлических сопротивлений участков, для определения теоретических значений которых имеются различные известные формулы, которые, как правило, недостаточно адекватны реальным значениям. В этой связи важной задачей является корректировка их значений по наблюдениям за режимами работы газопровода, которая проводится с использованием аппарата математической статистики и численных методов параметрической идентификации [3,4,7].

В работе предложен численный подход, основанный на полученных расчетных формулах для определения коэффициентов гидравлического сопротивления участков в системах трубопроводного транспорта по результатам наблюдения за режимами движения сырья в вершинах внешних притоков и оттоков сырья. Как правило, этими участками являются те, которые подозрительны на сильную загираченность или закупорку.

2. Постановка задачи. Рассмотрим гидравлическую сеть, содержащую m участков и n вершин ($m > n$), причем из них k_1 -вершин являются притоками газа в сеть (множества вершин I_1), k_2 -вершин являются оттоками газа (множество I_2), $k = k_1 + k_2$, $I = I_1 \cup I_2$, k -общее число источников с положительными и отрицательными значениями расходов газа Q_i со значениями давлений P_i , $i \in I$. Пусть p_i - величина давления газа в i -той вершине сети, $i=1, \dots, n$, q_j -расход газа на j -том участке, $j=1, \dots, m$. Будем предполагать, что в сети априорно заданы предполагаемые направления движения газа. Это означает, что если на j - том участке $q_j > 0$, то фактическое направление потока газа в количестве q_j совпадает с приятным направлением, если $q_j < 0$ то фактически движение газа на j - том участке имеет противоположное направление относительно априорно приятного.

Математическая модель установившегося изотермического движения газа в гидравлической сети в целом определяется в основном зависимостью между величинами давления на

концах линейного участка и величиной расхода газа по нему:

$$F(p_{j1}, p_{j2}, q_j) = 0, j = 1, \dots, m$$

где p_{j1}, p_{j2} -давление газа на концах j - того участка, q_j -расход газа по j - тому участку.

Процессы транспортировки газа по газопроводу на практике с достаточной степенью адекватности описываются следующими соотношениями[2.с 13-25] :

$$p_{j1}^2 - p_{j2}^2 = \Lambda_j \cdot q_j \cdot |q_j|, j = 1, \dots, m \quad (2.1)$$

где Λ_j -величина гидравлического сопротивления j - того участка, определяемая по формуле:

$$\Lambda_j = c_1 \cdot \lambda_j \cdot \Delta T \cdot z \cdot L_j / D_j^5 = \mu_j \cdot \lambda_j, \lambda_j = c_2 / D_j^{0.2} \quad (2.2)$$

где λ_j коэффициент гидравлического сопротивления j - того участка, на значение которого кроме диаметра трубы, влияет шероховатость ее внутренней поверхности, степень ее загидраченности (по действующим нормативам требуется $c_2 = 0.03817$) c_1 -числовой коэффициент, зависящий от единицы измерения, Δ -отношения плотности газа к плотности воздуха, T -средняя температура газа(°К), z -коэффициент сжимаемости газа, L_j -длина участка (км), D_j -внутренний диаметр трубы(мм)(для этих единиц измерения $c_1 = 0.05591$)

В каждой вершине гидравлической сети выполняется условие баланса:

$$\sum_{v \in J_i^+} q_v - \sum_{v \in J_i^-} q_v = Q_i, i = 1, \dots, n \quad (2.3)$$

где J_i^+ -множество участков, примыкающих к i -той вершине, являющиеся притоками, J_i^- - множество участков-оттоков, Q_i -величина внешнего притока или оттока в зависимости от знака $Q_i, i = 1, \dots, n$.

Уравнения (2.1), (2.3) представляющие собой аналог законов Кирхгофа из теории электротехники, определяют математическую модель установившегося изотермического движения газа, $m+n$ соотношений (m -линейных и n -нелинейных) содержат $(m+n+k)$ параметров $p_1, \dots, p_n; q_1, \dots, q_m; Q_1, \dots, Q_k$.

Из условия материального баланса в целом по транспортной сети: $\sum_{i=1}^k Q_i = 0$ следует, что для определения режима газа в сети математическую модель (2.1),(2.3) необходимо дополнить ($k-1$) известными условиями о значениях режимных параметров или некоторыми соотношениями между ними. Как правило, для гидравлического расчета используются заданные значения величин расхода в вершинах внешних притоков, оттоков и давление в них.

Гидравлическую сеть можно представить в виде ориентированного графа, одной из важных

характеристик которого является число независимых замкнутых циклов l , определяемое, как известно, формулой $l=m-n+1$

Как указывалось выше, практический интерес представляет задача определения значений коэффициентов гидравлического сопротивления некоторых отдельных участков или группы участков сети.

Пусть по результатам N наблюдений различных независимых установившихся режимов заданы значения расходов в вершинах источников $Q_j^i, j \in J, i = 1, \dots, N$ -давление в одной из них, например, p_j^i и значения наблюдаемых давлений в нескольких $p_j^i, i = 1, \dots, N, j \in I_N$, где I_N -множество вершин сети, в которых проводились наблюдения за значениями величин давления.

Пользуясь соотношениями (2.1), (2.3), гидравлическую модель установившегося движения газа можно определить следующей неявной зависимостью:

$$p_j = p_l(Q, P_1, \lambda), j = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

(в правой части значение давления в одной из вершин, например, в первой из I_N используется для проведения гидравлического расчета), $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ -коэффициенты гидравлических сопротивлений участков сети, $Q = (Q_1, \dots, Q_k)$ -расходы внешних источников. Для определения $p_j, j = 1, \dots, n$ по математической модели(2.4), как указывалось выше, необходимо решить систему m нелинейных и n линейных уравнений.

Пусть коэффициенты гидравлических сопротивлений некоторых из участков не заданы, например, у первых t участков: $\bar{\lambda} = \{\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \dots, \bar{\lambda}_t\}$ и требуется определить их на основании имеющихся сопротивлений.

Задача определения (идентификации) неизвестных значений гидравлических сопротивлений методом наименьших квадратов приводит к минимизации функции:

$$\min_{\bar{\lambda}} \left\{ F(\bar{\lambda}) = \sum_{i=1}^N \sum_{j \in J_h} [p_j(Q^i, P_1^i, \bar{\lambda}) - p_j^i]^2 \right\} \quad (2.5)$$

Учитывая, что неизвестными являются первые t компонента вектора λ остальные значения известны и заданы, то в (2.4) в дальнейшем вместо полного вектора λ будем использовать вектор $\bar{\lambda}$ т.е только те компоненты вектора λ , значения которых требуется определить.

Для единственности решения задачи идентификации необходимо предположить выполненными определенными условиями на соотношение между числом наблюдений и количеством идентифицирующих параметров. В данном случае должно выполняться соотношение $(k - 1) \cdot N \geq t$.

3. Численное исследование решения задачи.

Линеаризуем функцию в окрестности некоторой точки:

$$P_j(Q^i, P_1^i, \lambda) = P_j(Q^i, P_1^i, \bar{\lambda}) + \sum_{s=1}^t \frac{\partial p_j(Q^i, P_1^i, \bar{\lambda}^0)}{\partial \lambda_s} (\lambda_s - \bar{\lambda}_s^0), j \in I_h,$$

и используя необходимые условия минимума $F(\bar{\lambda})$, получим следующую систему

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(\bar{\lambda})}{\partial \lambda_u} = \sum_{i=1}^N \sum_{j \in I_H} \frac{\partial p_j(Q^i, P_1^i, \bar{\lambda}^0)}{\partial \lambda_u} \left[p_j(Q^i, P_1^i, \bar{\lambda}^0) + \sum_{s=1}^t \frac{\partial p_j(Q^i, P_1^i, \bar{\lambda}^0)}{\partial \lambda_s} (\bar{\lambda}_s - \bar{\lambda}_s^0) - p_j^i \right] = 0, u = 1, \dots, t \\ \sum_{s=1}^t \sum_{i=1}^N \sum_{j \in I_h} \frac{\partial p_j(Q^i, P_1^i, \bar{\lambda}^0)}{\partial \lambda_u} \cdot \frac{\partial p_j(Q^i, P_1^i, \bar{\lambda}^0)}{\partial \lambda_s} (\bar{\lambda}_s - \bar{\lambda}_s^0) + \\ + \sum_{j=1}^N \sum_{j \in I_h} \frac{\partial p_j(Q^i, P_1^i, \bar{\lambda}^0)}{\partial \lambda_u} [p_j(Q^i, P_1^i, \bar{\lambda}^0) - p_j^i] = 0, u = 1, \dots, t \end{aligned} \quad (3.1)$$

Систему линейных уравнений (3.1) относительно $\bar{\lambda} = (\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \dots, \bar{\lambda}_t)$ запишем в матричном виде $A(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}^0) = G$, откуда имеем

$$\bar{\lambda} - \bar{\lambda}^0 = A^{-1} \cdot G \quad (3.2)$$

где

$$A_{v,u} = \sum_{i=1}^N \sum_{j \in I_H} \frac{\partial p_j(Q^i, P_1^i, \bar{\lambda}^0)}{\partial \lambda_u} \cdot \frac{\partial p_j(Q^i, P_1^i, \bar{\lambda}^0)}{\partial \lambda_v}; v, u = 1, \dots, t \quad (3.3)$$

$$G_v = \sum_{i=1}^N \sum_{j \in I_h} \frac{\partial p_j(Q^i, P_1^i, \bar{\lambda}^0)}{\partial \lambda_v} \cdot [p_j(Q^i, P_1^i, \bar{\lambda}^0) - p_j^i]; v = 1, \dots, t \quad (3.4)$$

Соотношение (3.2) используем для построения минимизирующей последовательности $\{\bar{\lambda}^k\}$:

$$\bar{\lambda}^{k+1} = \bar{\lambda}^k + \alpha(A + \alpha \varepsilon_k E)^{-1} G^k, k = 1, 2, \dots \quad (3.5)$$

Где E - единичная матрица размерности $(t \times t)$; $\{\varepsilon_k\}$ - положительная последовательность, стремящаяся к нулю, играющая роль стабилизатора матрицы A .

Очевидно, что матрица A симметрична, она неотрицательно определена в том случае, когда производные функции p_j^i по λ линейно независимы. Шаг $\alpha \in [1 - \delta; 1 + \delta]$ используется для проведения одномерной минимизации. Процедура (3.5) есть аналог известного алгоритма Марквардта [4, с.66-67].

Известно, что в системе (2.1), (2.3) можно перейти к контурным уравнениям (уравнения по

замкнутым контурам), существенно уменьшив количество уравнений. Пусть $C = (C_{ij}), i = 1, \dots, l, j = 1, \dots, m$ - матрица всех независимых (база) циклов ориентированного графа, соответствующего гидравлической сети; (как известно, число циклов $(l = m + n - 1)$); $S = (S_{ij})$ -матрица инцидентий (связи между вершинами и участками) размерности $n \times m, i = 1, \dots, l, j = 1, \dots, m$ [3, с.483-484]. Тогда вместо (2.1), (2.3) можно использовать следующую систему уравнений и соотношений:

$$f_j(q) = \sum_{i=1}^m C_{ij}(P_{j1}^2 - P_{j2}^2) = \sum_{i=1}^m C_{ij} \Lambda_j q_j |q_j| = 0, i = 1, \dots, l \quad (3.6)$$

$$\sum_{j=1}^m S_{ij} q_j = \tilde{Q}_i; i = 1, \dots, n \quad (3.7)$$

Здесь $\tilde{Q}_i = Q_i$ если $i \in I$, т.е. i есть вершина внешнего притока или оттока и $\tilde{Q}_i = 0$ если $i \notin I$, т.е. i -тая вершина есть внутренняя вершина гидравлической сети.

Общее решение линейной системы (3.7) можно представить в виде:

$$q = B\tilde{Q} + C^T X, \tag{3.8}$$

где l -мерный вектор $X = \{x_1, x_2, \dots, x_l\}$ называют вектором коэффициентов циркуляционных потоков.

Анализ математической модели гидравлической сети (3.6), (3.7) позволил построить аналитические формулы производных, используемых в (3.3)-(3.5), суть которых в совмещении вычислительных работ как по произведению гидравлического расчета при текущих значениях коэффициентов

гидравлических соотношений, так и по определению производных, $\frac{\partial p_j(Q^i, P_1, \lambda^0)}{\partial \lambda_0}, j \in I_H, v = 1, \dots, t$, при каждом наблюдении. $i = 1, \dots, N$.

После решения системы (3.6) с учетом (3.8), давления в вершинах определяются с помощью матрицы $B = (B_{ij}), i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m$ максимального дерева при условии, что в вершине корня дерева задано давление P_1 :

$$p_i^2 = P_1^2 + \sum_{j=1}^m B_{ji} \Lambda_j q_j |q_j|, i = 1, \dots, N \tag{3.9}$$

Дифференцируя (3.8), (3.9) по $\bar{\lambda}$, будем иметь

$$\frac{\partial p_j}{\partial \lambda_v} = \frac{1}{p_j} \left[2 \sum_{k=1}^m B_{kj} \Lambda_k |q_k| \frac{\partial q_k}{\partial \lambda_k} + \frac{\partial q_k}{\partial \lambda_v} B_{jv} |q_v| \right], v = 1, \dots, t$$

$$\frac{\partial p_j}{\partial \lambda_v} = \frac{1}{p_j} \left[2 \sum_{k=1}^m B_{kj} \Lambda_k |q_k| \right] \tag{3.10}$$

$$\frac{\partial q}{\partial \lambda} = \frac{\partial q}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \lambda} = C^T \frac{\partial x}{\partial \lambda} \tag{3.11}$$

Для определения $\frac{\partial p_j}{\partial \lambda}$ продифференцируем обе части уравнений (3.6) с учетом (3.8):

$$\frac{\partial f}{\partial \lambda} = \frac{\partial f}{\partial \lambda} + \frac{\partial f}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial \lambda} = \frac{\partial f}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} + \frac{\partial f}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \lambda} = \frac{\partial f}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} + \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \lambda} = 0 \tag{3.12}$$

Из (3.12) имеем:

$$\frac{\partial x}{\partial \lambda} = - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial f}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} \tag{3.13}$$

Выше приняты следующие обозначения $\frac{\partial x}{\partial \lambda} = \left(\frac{\partial x_i}{\partial \lambda_s} \right)$ - матрица размерности $(l \times t)$, $\frac{\partial f}{\partial x} = \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right)$ - квадратичная матрица $(l \times l)$, $\frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda}$ -

диагональная матрица размерности $(t \times t)$ с диагональными элементами $\frac{\partial \Lambda_i}{\partial \lambda_i} = \mu_i$; $\frac{\partial f}{\partial \lambda} = \left(\frac{\partial f_i}{\partial \lambda_j} \right)$ - матрица размерности $(l \times t)$, элементы которой определяются непосредственным дифференцированием (3.6)

$$\frac{\partial f_i}{\partial \lambda_j} = C_{ji} q_i |q_i|, j = 1, \dots, l; i = 1, \dots, t \tag{3.14}$$

Таким образом, формулы (3.10)-(3.14) позволяют вычислить производные, участвующие в (3.3), (3.4), причем $\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^{-1}$ в (3.13) определяется

непосредственно при проведении гидравлического расчета при условии использования итерационного метода Ньютона, который представляется в следующем виде:

$$x^{k+1} = x^k + \alpha_k \cdot \left(\frac{\partial f(x^k)}{\partial x} + \varepsilon E \right)^{-1} \cdot f(x^k), k = 0, 1, \dots \tag{3.15}$$

$$\alpha_k = \arg \min_{\alpha} \left[\sum_{i=1}^l f_i \left(x^k + \alpha_k \cdot \left(\frac{\partial f(x^k)}{\partial x} + \varepsilon E \right)^{-1} \cdot f(x^k) \right) \right] \tag{3.16}$$

$$\bar{f}_j(x) = \frac{f_j(x)}{\left[\sum_{i=1}^l \left(\frac{\partial f_j(x)}{\partial x_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}, j = 1, \dots, l \quad (3.17)$$

где $\frac{\partial f}{\partial x}$ – якобиан системы, E – l -мерная единичная матрица, ε – малое положительное число, гарантирующее с учетом вышесказанного, возможность обращения якобиана в любой точке.

более точного расчета $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^{-1}$ используется $\left(\frac{\partial f}{\partial x} + \varepsilon E\right)^{-1}$.

В программной реализации описанного метода для решения практических задач предусмотрена возможность групповой

идентификации коэффициентов гидравлических сопротивлений, т.е. идентификация проводится не по всем участкам отдельно, а по группам, внутри которых коэффициенты гидравлических сопротивлений участков считаются равными. Из формулы (2.2) следует, что в одну группу следует включать срок и условия эксплуатации, а следовательно, можно ожидать, что они имеют одну и ту же степень загрожденности.

груп №	Лямда (тео.)	Лямда (выч.)	Номера участки									
			306 19	308 20	515 303	2 16	3	5	6	9	506	12
1	0.0090	0.0090										
2	0.0090	0.0091	203 506	204 607	305 608	307 612	406	405	401	411	505	512
3	0.0090	0.0090	703 514 918 122	805 4 922 4	310 1003 925	810 1004 803	909 915 804	908 916 926	811 311 320	707 313 516	708 921 517	920 914 121
4	0.0096	0.0096	911 403	13 407	14 402	15 408	17	18	1007	1006	108	1005
5	0.0096	1.005	410 31	511 605	507 609	510 604	509	25	206	208	211	27
6	0.0096	0.0098	602 808 706 1201	603 907 801	610 910 1001	701 1202 1002	702 905 312	501 904 802	502 902 912	508 903 809	806 704 123	807 705 124

В качестве примера для расчета использован газопровод с 119 вершинами и 91 участками. Число наблюдаемых вершин было равно 14. Привести исходную информацию в данной задаче: структуру гидравлической сети, длины и диаметры участков, наблюдаемые значения давлений и расходов по источникам в рамках данной статьи не представляется возможным из-за требуемого объема. Проводились расчеты, определяющие значения производных как по аналитическим, так и по разностным формулам. Результаты показывают, что в случае применения полученных аналитических формул задача решается более точно, а используемое процессорное время существенно меньше. Полученные численные результаты в достаточной степени соответствуют практическим значениям идентифицируемых коэффициентов гидравлических сопротивлений участков.

4. Заключение. Предлагаемый в данной работе подход к получению расчетных формул для построения итерационного метода по определению коэффициентов гидравлического сопротивления не зависит от структуры самой сети. Следовательно, он может получить широкое применение в

системах автоматизированного диспетчерского управления газопроводами. Важно отметить, что предложенный подход и формулы легко распространяются на случай транспортировки жидкостей (нефти, воды)

Список литературы

Сухарев М.Г., Ставровский Е.Р. Расчеты систем транспорта газа с помощью вычислительных машин. М., Недра, 1971.

Мызников Ф.М., Файзиллин Р.Т. Уточнение коэффициентов сопротивления в сложных гидравлических сетях по результатам ограниченного числа измерений. // Теплофизика и аэромеханика, Новосибирск, 2005, том 12, с 483-486.

Мызников Ф.М. Применение метода Ньютона для решения задачи уточнения коэффициентов сопротивления участков сложных гидравлических сетей. 'Студент и научно-технический процесс': Математика./Новосибирский гос.ун-т. Новосибирск, 2005, с 23-25.

Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. М., Наука, 1983, 384 с.

Евстигнеев В.А. Применение теории графов в программировании. М., Наука, 347 с., 1985.

А.А.Самарский Теория разностных схем. М., Наука, 1983,616с.

Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.,Факториал Пресс,2002.

Ишмухамедов А.З. Вопросы устойчивости и аппроксимации задач оптимального управления системами с распределенными параметрами М.:ВЦ РАН ,2001.

УДК 651.011.42

ББК 39

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ЕЗДКИ И ТЕХНИКО-ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАБОТЫ АВТОМОБИЛЕЙ НА МЕЖДУГОРОДНЫХ МАРШРУТАХ ПРИ ПОМОЩИ MS EXCEL В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

DOI: 10.31618/ESU.2413-9335.2021.1.89.1426

Матвеев Александр Григорьевич
студент,

Санкт-Петербургский Горный университет
Научный руководитель

доцент кафедры транспортно-технологических процессов и машин,
к.т.н. Бородина Юлия Всеволодовна

FINDING OUT OF DRIVING TIME AND TECHNICAL AND OPERATING PARAMETERS OF CAR OPERATION ON INTERURBAN ROUTES USING MS EXCEL IN THE EDUCATIONAL PROCESS

Matveev Alexander Grigorievich,
student,

Saint Petersburg Mining University

Scientific adviser, Associate Professor of the Department of
Transport and Technological Processes and Machines,

Candidate of Technical Sciences, Borodina Yulia Vsevolodovna

АННОТАЦИЯ

В настоящее время существуют программные продукты для управления транспортным процессом, интеграция которых в образовательный процесс происходит медленно. Альтернативой может стать применение надстроек узкого назначения к уже готовому программному обеспечению, доступному в том числе в некоммерческом использовании. Это позволит сократить затраты на разработку тренировочной программы, а также повысить информативность и усвояемость задания для студентов.

АННОТАЦИЯ

Currently there are a lot of software for the management of transport process integration in the educational process which is slow. An alternative can be the application of narrow-purpose add-ons to ready-made software, which is also available for non-commercial use. This will reduce the cost of developing a training program, as well as increase the information content and assimilation of the task for students.

Ключевые слова: Надстройки MS Excel, технико-эксплуатационные показатели, образовательный процесс, автомобильные перевозки

Ключевые слова: Английский язык (то же) MS Excel add-ons, technical and operational parameters, educational process, road transport

Транспорт является неотъемлемой частью технологического процесса производства практически любого продукта и многих услуг. С растущей глобализацией и сопутствующим наращиванием товарооборота требуется не только расширение парка специальных и специализированных машин, но и разработка новых методов и инструментов в области управления транспортной логистикой. Активно велись исследования в этой отрасли в середине XX века, что позволило получить точные и удобные решения, способные учитывать многочисленные параметры открытых систем, неизменно присутствующих на транспорте.

Современные программы подготовки специалистов по управлению на транспорте в значительной степени опираются на более консервативное решение обучающих задач ручным

способом. Выполнение некоторых из них может оказаться времязатратным, а из-за большого количества входящих переменных риск ошибки возрастает в прогрессии, что неизбежно приведет к значительной погрешности или полному искажению конечного результата. На рынке программных продуктов существуют мощные решения, такие как: 1С: TMS Логистика или Махортра, используемые в малых и средних компаниях [2;3]. Крупные и особо крупные предприятия имеют возможность написания узконаправленного программного обеспечения (ПО) под их собственные задачи с возможностью интеграции уникальных собственных или сторонних решений. В свою очередь, образовательные организации часто не в состоянии приобрести лицензию для пользования подобными программами и ограничиваются лишь

теоретической базой. Решением подобной проблемы может стать внедрение в образовательный процесс не новой программы, а узкоспециализированной надстройки к уже готовому и доступному ПО.

В качестве примера была разработана надстройка для табличного процессора MS Excel на встроенном языке программирования VBA для определение технико-эксплуатационных показателей работы автомобилей на междугородних маршрутах.

Целью работы является создание инструмента, позволяющего быстро рассчитывать требуемое время езды автомобиля на маятниковых

Таблица 1; Рис. 1). При выполнении работы использовались методические рекомендации

междугородних маршрутах с дальнейшим визуальным представлением занятости автомобиля в форме графика и расчета технико-эксплуатационных показателей (ТЭП).

Для выполнения задания требуется построить график работы автомобиля на маршрутах и рассчитать технико-эксплуатационные показатели работы автомобилей на междугородних маршрутах с применением следующих исходных данных (

доцента кафедры транспортно-технологических процессов и машин Санкт-Петербургского Горного университета Менуховой Т.А.

Таблица 1

Пример исходных параметров

Показатель, ед.изм.	Значение показателя для каждого маршрута
Месячный объем перевозок, т/мес.	50
Время цикла расчетное, ч/мес.	720
Среднетехническая скорость, км/ч	37
Время простоя под погрузкой и разгрузкой, ч/маршрут	1
Длина груженой езды, км	610
Пробег на маршруте, км/рейс	1220
Первый нулевой пробег, км	0
Второй нулевой пробег, км	610
Коэффициент выпуска на линию	0,85
Грузоподъемность автомобиля, т	15
Коэффициент использования грузоподъемности	0,8

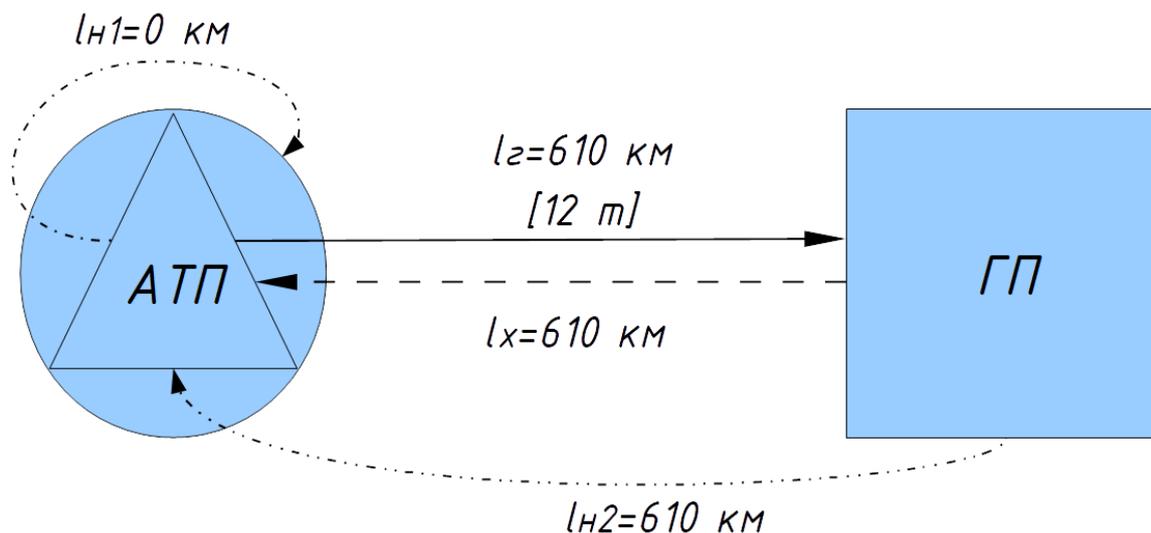


Рис. 1. Схема маршрута: АТП – Автотранспортное предприятие; ГП – Грузополучатель: l_x – Холостой пробег; l_g – Гружённый пробег; l_{n1} – Первый нулевой пробег; l_{n2} – Второй нулевой пробег

Один из основополагающих параметров в логистике является транспортная работа подвижного состава, совершаемая последним в ходе перемещения груза в заданных временных рамках. Так как рассматриваются междугородние перевозки, то за расчетный цикл принимается интервал, соответствующий месяцу. Для более

наглядного представления прохождения маршрута подвижным составом, построим график занятости автомобиля, определим время оборота на нем. По действующему Приказу Министерства транспорта РФ от 16 октября 2020 г. № 424 «Об утверждении Особенности режима рабочего времени и времени отдыха, условий труда водителей автомобилей»

обеспечивается защита здоровья работников, нужно соблюсти нормы отдыха для водителей, включив это время в план.

Для определения необходимого времени на завершение ездки и дальнейшее его применение в расчетах ТЭП предлагается строить график зависимости пройденного пути от времени в километрах. Такой метод оправдывает себя если расстояние небольшое и время на маршруте не превышает один рабочий день. В противном случае возникает необходимость учета всех временных окон отдыха водителя, с уменьшением времени которых требуется брать иррационально малый шаг для построения графика, а слишком большие – приведут к ненужному увеличению времени простоя. Несмотря на кажущуюся простоту процесса, который заключается в повторении некоторого цикла из времени движения автомобиля и его простоя, когда водитель отдыхает, (без учета возможности увеличения общего времени в движении до 10 часов, но не более двух раз в течение календарной недели [1]) доступные

рядовому пользователю методы, например, автозаполнение MS Excel, не могут обеспечить корректность последующих вычислений.

Разработанная надстройка просто устанавливается в окне настроек программы MS Excel, после чего появляется новая вкладка с кнопкой, запускающей пользовательскую форму с возможностью введения исходных параметров (Рис. 2). После введения нужных условий – времени и пути – и выбора способа построения графика, нажатием кнопки «Выполнить» запускается построение таблицы времени ездки автомобиля на активном листе Excel, начиная с активной ячейки до запуска формы (Рис. 3). В конце цикла выводится общее время ездки в отдельном окне (Рис. 4) и дублируется на исходной форме. После закрытия окна времени предлагается посчитать ТЭП. Если выбрать «Да» – откроется вторая форма с возможностью ввода исходных параметров (Рис. 5). При необходимости готовые значения с подписью (Рис. 6) можно вывести на лист под ранее созданной таблицей.

Параметр	Значение
груженный пробег	610
время на обед	0:30
время начала	8:30
среднетехническая скорость	37
время на отдых1	0:45

Построить график одной кривой

Построить семейство графиков по характеру действия

Покраска графика по характеру движения (для семейств)

restart_the_form

Рис. 2. Первая пользовательская форма надстройки

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

Row	Time (min)	Activity
2	t	Действие
3	0	Погрузка/разгрузка
4	0	Погрузка/разгрузка
5	0	Движение
6	52,5	Движение
7	52,5	Обед
8	52,5	Обед
9	52,5	Движение
10	166,5	Движение
11	166,5	Отдых1
12	166,5	Отдых1
13	166,5	Движение
14	333	Движение
15	333	Отдых2
16	333	Отдых2
17	333	Движение
18	425,5	Движение
19	425,5	Обед
20	425,5	Обед
21	425,5	Движение
22	499,5	Движение
23	499,5	Отдых1
24	499,5	Отдых1
25	499,5	Движение
26	610	Движение
27	610	Погрузка/разгрузка
28	610	Погрузка/разгрузка
29	610	Отдых2
30	610	Отдых2
31	610	Движение
32	702,5	Движение
33	702,5	Обед
34	702,5	Обед
35	702,5	Движение
36	776,5	Движение

Рис. 3. Вывод таблицы времени и результаты расчетов ТЭП на лист MS Excel

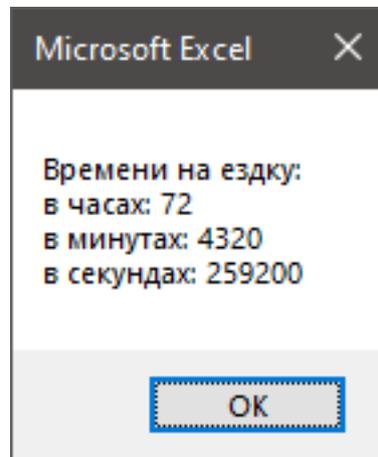


Рис. 4. Вывод требуемого времени езды

The form contains the following input fields and controls:

- расчетное время цикла, ч/мес: 720
- коэффициент выпуска на линию: 0,85
- грузоподъемность автомобиля, т: 15
- коэффициент использования грузоподъемности: 0,8
- месячный объем перевозок, т/мес.: 50
- Вывести на лист
- ВЫПОЛНИТЬ

Рис. 5. Форма расчёта ТЭП

Результаты:	
Время оборота, ч/об.	72
Количество оборотов, ед./мес.	10
Производительность автомобиля, т/мес.	120
Производительность автомобиля, т*км/мес.	73200
Пробег автомобиля, км/мес.	12200
Груженный пробег автомобиля, км/мес.	6100
Коэффициент использования пробега	0,5
Количество автомобилей в эксплуатации, ед.	0,4167
Автомобиле-часы использования автомобиля за месяц, а-ч/мес.	300
Эксплуатационная скорость, км/ч	16,9444
Автомобиле-дни в эксплуатации, а-дн./год	150
Общий пробег автомобиля, км/год	61000
Груженный пробег автомобиля, км/год	30500
Объем перевозок, т/год	600
Грузооборот, т*км/год	366000
Списочное количество автомобилей, ед.	1
Автомобиле-часы в эксплуатации, а-ч/год	3600

Ok

Рис. 6. Результат расчетов ТЭП

По окончании расчета времени в первой форме и отдельным сообщением выводится сообщение о «потерях времени» в процентах с указанием в квадратных скобках «меньше указанного» или «больше указанного». Это особый параметр (*lost_hours*), который учитывает время, не вошедшее в табуляцию и не используемое в построении графиков, но существующее по теоретическому расчёту ездки. Данный параметр появляется ввиду специфики функции проверки достижения точки выгрузки. При очередной проверке в цикле, когда автомобиль проезжает или немного не доезжает до грузополучателя (18 минутный разбег переработки для достижения конечного пункта, если автомобиль не доехал до грузополучателя), берется время, требуемое на покрытие разницы расстояния от текущего положения до пункта грузополучателя с учетом указанной среднетехнической скорости транспортного средства (ТС). Это время вычитается или прибавляется к времени текущему, чтобы корректно отобразить момент прибытия и отгрузки в табуляции и в графике. В свою очередь, это же время уже не остается не учтенным, так как входит в последующую табуляцию, но при этом оно остается упущенным как возможно время автомобиля в движении при условии отсутствия самого движения. Таким образом, *lost_hours* рассматривается дважды: в первом случае – в табуляции, во втором – при выводе общего времени. Погрешность получается только за счет этого параметра, поэтому если выдается в

сообщении «меньше указанного» – машина затратит времени меньше, чем указано в таблице и, если «больше указанного» – наоборот.

Возможность увеличения времени, проведенного водителем за рулем, до 10 часов [1] также предусмотрена в рассматриваемой надстройке. Диалоговое окно о необходимости инкрементации времени появляется следом за сообщением об установленном дробном разделителе (точка или запятая) на данном компьютере. Если выбрать «Да» – будет выведена четвертая форма (Рис. 7), где пользователь может указать в какой n-й день необходимо увеличить время в движении и на сколько. При этом номер дня может быть не только номером дня в неделе, а любым натуральным числом. Согласно Приказу Министерства транспорта РФ от 16 октября 2020 г. № 424 [1], увеличивать время таким образом можно не чаще двух раз в неделю и не более как до 10 часов в сутки (по умолчанию 9 часов, поэтому увеличить можно только на один час). Несмотря на это, в этой же форме можно отметить, чтобы программа игнорировала данные ограничения, и, при желании, пользователь может указать несколько дней и разные часы, на которые будет инкрементировано время для указанной последовательности. Нажав на знак вопроса, можно получить более подробную справку с последующим переходом на сайт с Приказом Министерства транспорта (если выбрать кнопку «Ok»).

Рис. 7. Окно четвертой формы для увеличения времени в движении

Одной из ключевых функций надстройки является возможность построения графика по сгенерированной таблице. Пользователю предлагается выбрать три вида: график одной кривой, семейство графиков и семейство графиков с покраской однородных отрезков по характеру действия (Рис. 8). Два последних варианта могут быть особенно полезны при добавлении легенды, так как подписи также добавляются по характеру

действия. При особо длинных маршрутах второй и третий графики возможно не удастся построить, это связано с внутренним ограничением MS Excel на добавление элементов, однако таблица будет выполнена и останется возможность построения графика одной кривой. Стоит отметить, что одновременно можно построить два графика (одной кривой и семейство с покраской однородных элементов или без).

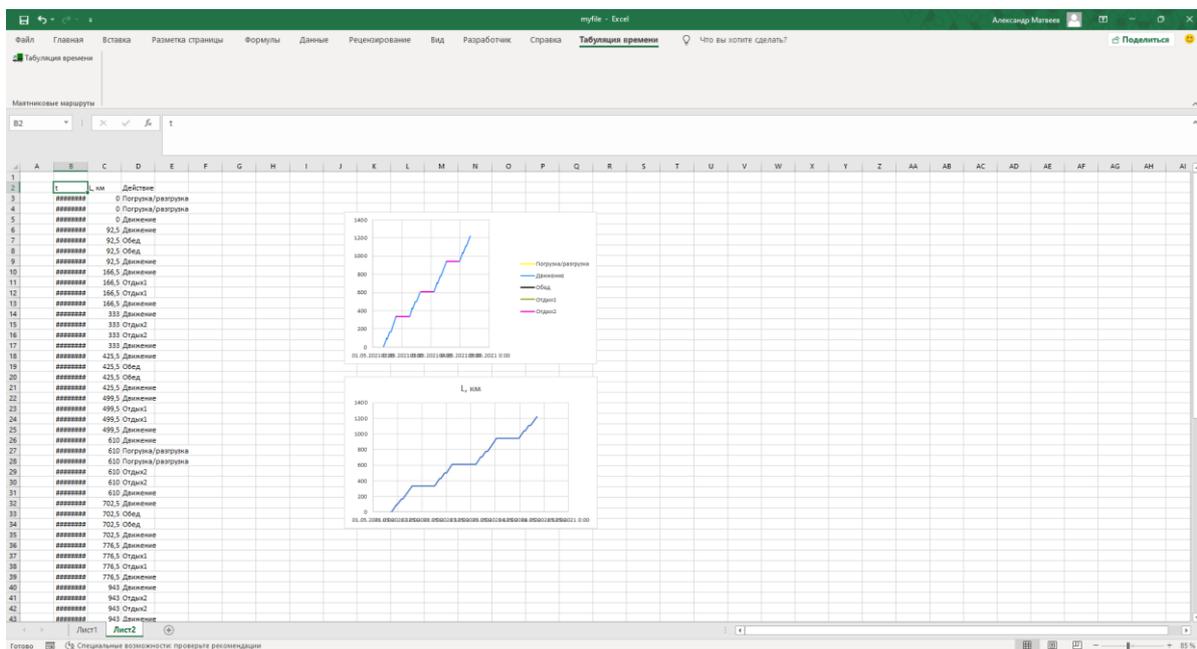


Рис. 8. Одновременное построение графиков по одной таблице: сверху – семейство графиков с легендой; снизу – график одной кривой

Помимо прочего генерируемая таблица делается таким образом, чтобы она легко читалась, но для большей наглядности в новых версиях MS Office можно добавить подписи данных на график, что позволит быстро ориентироваться по времени или расстоянию в ключевых точках.

Таким образом, данная надстройка может служить простым, удобным и очень дешевым

примером взаимодействия с более продвинутыми коммерческими программами. На ее основе получается хороший инструмент расчета маятниковых маршрутов в междугороднем сообщении, который практически полностью исключает возникновение ошибки на этапе итераций и облегчает создание графиков и расчет времени езды. Полученные таблицы, графики и

значения можно очень просто использовать в Excel, сохранять и экспортировать в другие программы. Это дает возможность студентам сосредоточиться на изучении правовой и экономической базы, а благодаря быстрым вычислениям – варьировать доступные параметры для наглядного представления и лучшего понимания зависимостей в логистических системах.

Список литературы

1. Garant.ru // Приказ Министерства транспорта РФ от 16 октября 2020 г. № 424 “Об утверждении Особенности режима рабочего времени и времени

отдыха, условий труда водителей автомобилей” [Электронный ресурс]: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/74924227/> [Дата обращения: 21.08.2021].

2. Itob.ru // 1С:TMS Логистика. Управление перевозками [Электронный ресурс]: <https://itob.ru/products/1c-tms/> [Дата обращения: 21.08.2021].

3. Maxoptra.ru // Построение маршрутов [Электронный ресурс]: <https://maxoptra.ru/postroyeniye-marshruta> [Дата обращения: 21.08.2021].

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

КОНЕЧНОМЕРНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ С МИНИМАЛЬНОЙ ЭНЕРГИЕЙ ПРОЦЕССОМ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С ИМПУЛЬСНЫМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ

Мамедов Р. С., Гасымов С. Ю., Алиева С. О.

кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры

“Общая и прикладная математика”, Азербайджанский

Государственный Университет Нефти и Промышленности,

пр-т. Азадлыг, 20, г. Баку, Азербайджан, AZ1010

АННОТАЦИЯ

В работе рассматривается приближенное решение задачи об управлении с минимальной энергией для объекта, описываемого уравнением теплопроводности. При этом процесс описывается линейным уравнением параболического типа и система управляется импульсными внешними воздействиями.

Задача оптимального управления состоит в определении управляющего параметра из класса допустимых управлений такое, чтобы в конечном моменте времени достигнуто желаемое распределение температуры. При этом затрата энергии, которая выражается квадратичным функционалом должно быть минимальной.

Ключевые слова: оптимальное импульсное управление, процесс теплопроводности, приближенное решение, метод Фурье, проблема моментов.

1. Введение

В практических случаях управляющие параметры воздействуют в заданных моментах времени или в изолированных пространственных точках [1, 2]. Такие задачи называются задачами оптимального импульсного управления. В работах [3–6] рассматриваются задачи оптимального импульсного управления системами с сосредоточенными параметрами. А в работах [7, 8] такая задача решается для систем с распределенными параметрами, когда импульсное воздействие имеется только в одной точке.

В работе [9] в случае сосредоточенных систем для решения поставленных задач применяется метод / –проблемы моментов. При простейших случаях, используя утверждение теоремы Леви об ортогональном разложении множества квадратично суммируемых функций, удается определить структуру множества оптимальных решений. В работах [10–12] рассматриваются задачи оптимального управления с нелокальными граничными условиями.

Как следует, в большинстве работ исследуются

задачи оптимального импульсного управления с сосредоточенными параметрами и в основном применяется метод принципа максимума. При этом появляются некоторые трудности при построении сопряженной задачи и управляющего параметра.

В представленной работе для решения поставленной задачи предлагается иной подход. А именно, дается понятие обобщенного решения соответствующей смешанной задачи и конечномерная аппроксимация этого решения строится в виде укороченного ряда Фурье. Получается интегральное представление коэффициентов этого ряда. Это позволяет иметь систему интегральных уравнений относительно управляющих параметров. Таким образом, задача приводится к нахождению вектора минимальной длины из этих моментных соотношений. Применением теоремы об ортогональном разложении нормированного пространства удается определить каждого приближения управляющего параметра и соответствующего значения функционала в аналитическом виде.

2. Постановка задачи

Пусть управляемый процесс описывается функцией $u(t, x)$, которая внутри области $\bar{Q} = [0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T]$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(t, x) + F(t, x, p), \quad (1)$$

а на границе \bar{Q} удовлетворяет начальным и граничным условиям

$$u(0, x) = u^0(x), \quad (2)$$

$$\frac{\partial u(t, 0)}{\partial x} = 0, \frac{\partial u(t, 1)}{\partial x} + \alpha u(t, 1) = 0, \quad (3)$$

где $f(t, x)$, $F(t, x, p)$ и $u^0(x)$ заданные функции своих аргументов, а p - управляющий параметр.

Будем рассматривать задачи оптимального управления для следующих различных частных случаев:

а) $F = \sum_{i=1}^m \delta(t - t_i) p_i(x)$, где $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_m < T$ фиксированные моменты времени, $\delta(t)$ функция Дирака, $p_i(x), i = 1, m$ управляющие функции.

Классом допустимых управлений являются все вектор функции $\bar{p}(x) = (p_1(x), p_2(x), \dots, p_m(x))$ из пространства $L_2^m(0,1)$.

б) $F = \sum_{j=1}^l \delta(x - x_j) p_j(t)$, где $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_l < 1$ заданные точки наблюдения, $p_j(t), j = 1, l$ управляющие функции.

Классом допустимых управлений являются все вектор-функции $\bar{p}(t) = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_l(t))$ из пространства $L_2^l(0, T)$.

в) $F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^l \delta(t - t_i) \delta(x - x_j) p_{ij}$. Здесь $0 < t_1 < t_2 < \dots < t < T$ заданные моменты времени, а $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_m < 1$ точки наблюдения, p_{ij} числовые параметры. Допустимыми управляющими параметрами является любое действительное число.

Таким образом, можно считать, что в каждом из указанных случаев допустимые управления принадлежат классу квадратично суммируемых функций. Поэтому, если $f(t, x) \in L_2(Q), u^0(x) \in L_2(0,1)$, то каждое конкретное допустимое управление определяет единственное обобщенное решение краевой задачи (1) – (3) обладающее следующими свойствами [8]:

- 1) $u(t, x) \in L_2(Q)$.
- 2) Формально вычисленная производная $\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}$ почти при всех $t \in [0, T]$ принадлежит $L_2(0,1)$.
- 3) Для любой функции $\Phi(t, x) \in W_2^1(Q)$ функция $u(t, x)$ удовлетворяет интегральному тождеству:

$$\int_0^1 u(t, x) \Phi(t, x) \Big|_{t=t_1}^{t=t_2} dx - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^1 \left\{ u(t, x) \frac{\partial \Phi(t, x)}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x} + [f(t, x) + F(t, x, p)] \Phi \right\} dx dt + \alpha \int_{t_1}^{t_2} u(t, 1) \Phi(t, 1) dt = 0. \tag{4}$$

Здесь t_1, t_2 -произвольные моменты времени, удовлетворяющие условию $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq T$.

- 4) Для любой функции $g(x) \in L_2(0,1)$ имеет место равенство

$$\lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_0^1 [u(t, x) - u^0(x)] g(x) dx = 0 \quad \forall \epsilon. \tag{5}$$

Пусть $\phi(x)$ заданная функция из $L_2(0,1)$. Рассматриваемая задача оптимального управления состоит в том, чтобы найти управляющую функцию такую, чтобы соответствующее ей решение $u(t, x)$ задачи (1) – (3) удовлетворяло бы условию

$$u(T, x) = \phi(x), \tag{6}$$

и при этом доставляла минимум функционалу

$$I[p] = \|p\|^2. \tag{7}$$

В частности, в случае **а)** функционал (7) принимает вид

$$I[\bar{p}] = \|\bar{p}\|_{L_2^m(0,1)}^2 = \int_0^1 \sum_{i=1}^m p_i^2(x) dx, \tag{8}$$

в случае **б)**

$$I[\bar{p}] = \|\bar{p}\|_{L_2^l(0,T)}^2 = \int_0^T \sum_{j=1}^l p_j^2(t) dt, \tag{9}$$

а в случае **в)**

$$I[p] = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^l p_{ij}^2. \tag{10}$$

Как видно в каждом рассмотренном случае критериями качества являются квадратичные функционалы. Так как множество значений ограничено снизу то можем утверждать существование минимального значения этих функционалов.

3. Применение l-проблемы моментов

Рассмотрим в $L_2(0,1)$ ортонормированную систему функций $X_n(x) = \frac{\cos \lambda_n x}{\sqrt{\omega_n}}, n = 1, 2, \dots$, где λ_n собственные значения краевой задачи

$$X''(x) + \lambda^2 X(x) = 0, 0 < x < 1; X'(0) = 0, X'(1) + \alpha X(1) = 0; \quad (11)$$

которые являются положительными корнями уравнения $\lambda \operatorname{tg} \lambda = \alpha$, $\alpha \omega_n = \frac{\alpha + \alpha^2 + \lambda_n^2}{2(\alpha^2 + \lambda_n^2)}$ нормирующий множитель. Учитывая это, приближенное решение задачи (1) – (3) будем искать в виде конечного ряда Фурье

$$u^N(t, x) = \sum_{n=1}^N u_n^N(t) X_n(x), u_n^N(t) = \int_0^1 u^N(t, x) X_n(x) dx. \quad (12)$$

Далее каждый случай рассмотрим по отдельности.

а) Пусть в уравнении (1) функция F определяется как в пункте а). Умножим обе части уравнения (1) на $X_n(x)$ и проинтегрируем по x от 0 до 1. Учитывая граничные условия (3), (11) и вид функции F получаем, что коэффициенты $u_n^N(t)$ удовлетворяют следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{du_n^N(t)}{dt} = -\alpha^2 \lambda_n^2 u_n^N(t) + \sum_{i=1}^m \delta(t - t_i) p_{in} + f_n(t), n = 1, 2, \dots, N, \quad (13)$$

Поскольку функция (12) должна удовлетворять условию (2), то

$$u_n^N(0) = u_n^0, \quad (14)$$

где $f_n(t)$, p_{in} и u_n^0 коэффициенты Фурье соответственно функций $f(t, x)$, $P_i(x)$ и $u_n^0(x)$. Тогда функционал (8) принимает вид

$$I[\bar{p}] = \sum_{n=1}^N I_n[\bar{p}], I_n[\bar{p}] = \sum_{i=1}^m p_{in}^2, \quad (15)$$

Так как коэффициенты Фурье $u_n^N(t)$ определяются из системы (13) независимо друг от друга, то достаточно рассмотреть задачу минимизации функционала $I_n[\bar{p}]$.

Таким образом, задача приводится к определению числовых параметров $\bar{p} = (p_{1n}, p_{2n}, \dots, p_{mn}) \in E^m$ таких, чтобы соответствующие им решения задачи (13) – (14) удовлетворяли условиям

$$u_n^N(T) = \phi_n. \quad (16)$$

и при этом для каждого фиксированного функционал $I_n[\bar{p}]$ принимал наименьшее возможное значение, где ϕ_n коэффициенты Фурье функции $\varphi(x)$.

По формуле Коши решение уравнения (13) с начальным условием (14) можно представить в виде

$$u_n^N(t) = u_n^0 e^{-\alpha^2 \lambda_n^2 t} + \int_0^t \left[f_n(\tau) + \sum_{i=1}^m \delta(\tau - t_i) p_{in} \right] e^{-\alpha^2 \lambda_n^2 (t-\tau)} d\tau.$$

Тогда условию (16) можно записать в виде

$$u_n^0 e^{-\alpha^2 \lambda_n^2 T} + \int_0^T \left[f_n(t) + \sum_{i=1}^m \delta(t - t_i) p_{in} \right] e^{-\alpha^2 \lambda_n^2 (T-t)} dt = \phi_n.$$

Отсюда получаем систему уравнений

$$\sum_{i=1}^m p_{in} e^{-\alpha^2 \lambda_n^2 (T-t_i)} = \psi_n, n = 1, 2, \dots, N, \quad (17)$$

где

$$\psi_n = \phi_n - u_n^0 e^{-\alpha^2 \lambda_n^2 T} - \int_0^T f_n(t) e^{-\alpha^2 \lambda_n^2 (T-t)} dt. \quad (18)$$

Таким образом, всякое допустимое управление, обеспечивающее выполнение условия (16), непременно удовлетворяют моментным соотношениям (17).

Обозначим $\bar{p}_n = (p_{1n}, p_{2n}, \dots, p_{mn})$, $\bar{e}_n = (e^{-\alpha^2 \lambda_n^2 (T-t_1)}, \dots, e^{-\alpha^2 \lambda_n^2 (T-t_m)})$.

Тогда моментные соотношения (17) можно написать в виде

$$(\bar{p}_n, \bar{e}_n) = \psi_n. \quad (19)$$

Следовательно, требуется найти вектор \bar{p}_n минимальной длины, удовлетворяющий условию (19). Обозначим через H подпространство пространства E^n , состоящее из элементов вида

$$\bar{q}_n = \alpha_n \bar{e}_n, \tag{20}$$

где α_n произвольный вещественный коэффициент, а вектор \bar{e}_n взят из соотношения (19). Тогда по теореме Леви, любой элемент $\bar{p}_n \in E^m$ можно однозначно представить в виде [6]:

$$\bar{p}_n = \bar{q}_n + \bar{g}_n; \bar{q}_n \in H, \bar{g}_n \perp H,$$

и

$$\|\bar{p}_n\| = \|\bar{q}_n\| + \|\bar{g}_n\|.$$

Отсюда следует, что

$$(\bar{p}_n, \bar{e}_n) = (q_n, \bar{e}_n),$$

где компонента \bar{q}_n элемента \bar{p}_n не влияет на то, удовлетворяет ли этот элемент условию (19). Вместе с тем из формулы (20) следует, что компонента \bar{g}_n не влияет на норму элемента \bar{p}_n . Таким образом, если рассматриваемая задача оптимального управления имеет решение, то оно принадлежит H . т.е. может быть представлено в виде

$$\bar{p}_n = \alpha_n \bar{e}_n \text{ или } p_{in} = \alpha_n e^{-a^2 \lambda_n^2 (T-t_i)}, i = \overline{1, m}. \tag{21}$$

Для определения неизвестного коэффициента полученного значения подставим в (19).

$$(\alpha_n \bar{e}_n, \bar{e}_n) = \psi_n \text{ или } \alpha_n (\bar{e}_n, \bar{e}_n) = \psi_n.$$

Отсюда получаем, что

$$\alpha_n = \frac{\psi_n}{(\bar{e}_n, \bar{e}_n)} = \frac{\psi_n}{\sum_{k=1}^m e^{-2a^2 \lambda_n^2 (T-t_k)'}}$$

и

$$p_{in} = \frac{\psi_n e^{-a^2 \lambda_n^2 (T-t_i)}}{\sum_{k=1}^m e^{-2a^2 \lambda_n^2 (T-t_k)'}}, i = \overline{1, m}; n = \overline{1, N}. \tag{22}$$

б) В этом случае, в управление (1) функция F определяется как в пункте б). Тогда аналогично пункту а) для определения коэффициентов $u_n^N(t)$ получаем следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений, с начальным условием (14):

$$\frac{du_n^N(t)}{dt} = -a^2 \lambda_n^2 u_n^N(t) + \sum_{i=1}^l X_n(x_i) p_i(t) + f_n(t), n = 1, 2, \dots, N, \tag{23}$$

Таким образом, соответствующая задача оптимального управления приводится к определению вектора-функции

$$\bar{p}(t) = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_l(t)) \in L_2^l(0, T),$$

таких, чтобы соответствующие ей решения задач (13)(14) удовлетворяли условиям (14) и при этом функционал (9) принимал наименьшее возможное значение.

По формуле Коши решение системы (23) с начальным условием (14) можем представить в виде

$$u_n^N(t) = u_n^0 e^{-a^2 \lambda_n^2 t} + \int_0^t \left[f_n(\tau) + \sum_{i=1}^l X_n(x_i) p_i(\tau) \right] e^{-a^2 \lambda_n^2 (t-\tau)} d\tau.$$

Тогда из условия (16) следует, что

$$u_n^0 e^{-a^2 \lambda_n^2 t} + \int_0^T \left[f_n(\tau) + \sum_{i=1}^l X_n(x_i) p_i(\tau) \right] e^{-a^2 \lambda_n^2 (t-\tau)} d\tau$$

или

$$\int_0^T \sum_{i=1}^l p_i(\tau) X_n(x_i) e^{-a^2 \lambda_n^2 (t-\tau)} d\tau = \psi_n, n = 1, 2, \dots, N, \quad (24)$$

где ψ_n определяется по формуле (18). Следовательно, всякое допустимое управление, обеспечивающее выполнение условия (16), должно удовлетворять моментному соотношению (24). Введем следующие обозначения

$$\bar{p}(t) = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_l(t)), \bar{e}_n(t) = (X_n(x_1) e^{-a^2 \lambda_n^2 (T-t)}, \dots, X_n(x_l) \cdot e^{-a^2 \lambda_n^2 (T-t)}).$$

Тогда используя скалярное произведение в $L_2^l(0, T)$ соотношение (24) можем написать в виде

$$(\bar{p}(t), \bar{e}_n(t)) = \psi_n, n = 1, 2, \dots, N. \quad (25)$$

Таким образом, требуется найти вектор-функцию $\bar{p}(t)$ минимальной нормой удовлетворяющей условию (25). Обозначим через H подпространство пространства $L_2^l(0, T)$ состоящее из элементов вида

$$\bar{q}^N(t) = \sum_{k=1}^N \alpha_k \bar{e}_k(t). \quad (26)$$

Здесь α_n неизвестные коэффициенты, а векторы $\bar{e}_n(t)$ взяты из соотношения (25). Тогда опять по теореме Леви любой элемент $p(t) \in L_2^l(0, T)$ однозначно можно представить в виде

$$\bar{p}(t) = \bar{q}^N(t) + \bar{g}^N(t), \bar{q}^N(t) \in H, \bar{g}^N(t) \perp H,$$

и

$$\|\bar{p}(t)\| = \|\bar{q}^N(t)\| + \|\bar{g}^N(t)\|.$$

Отсюда следует, что

$$(\bar{p}(t), \bar{e}_n(t)) = (\bar{q}^N(t), \bar{e}_n(t)).$$

Таким образом, если рассматриваемая задача оптимального управления имеет решение, то оно принадлежит H , т.е. имеет вид (26):

$$\bar{p}(t) = \sum_{k=1}^N \alpha_k \bar{e}_k(t) \text{ или } p_i(t) = \sum_{k=1}^N \alpha_k X_k(x_i) e^{-a^2 \lambda_k^2 (T-t)}, i = \overline{1, l}. \quad (27)$$

Для определения неизвестных коэффициентов α_k значение (26) подставим в (25). Получим следующую систему алгебраических уравнений

$$\sum_{k=1}^N (e_n(t), e_k(t)) \alpha_k = \psi_n,$$

или

$$\sum_{k=1}^N M_{nk} \alpha_k = \psi_n, n = 1, 2, \dots, N, \quad (28)$$

где

$$M_{nk} = (e_n(t), e_k(t)) = \int_0^T \sum_{i=1}^l X_n(x_i) X_k(x_i) e^{-a^2 (\lambda_n^2 + \lambda_k^2) (T-t)} dt.$$

Матрица $M = \{M_{nk}\}_{n=1, N}^{k=1, N}$ является, очевидно, симметричной матрицей, а ее определитель есть определитель Грамма векторов $e_1(t), e_2(t), \dots, e_N(t)$. Так как эти векторы линейно независимы, то определитель матрицы M отличен от нуля, а система (28) имеет единственное решение [5]. Таким образом, в этом случае оптимальное управление определяется в виде (27), где коэффициенты являются решением системы (28).

в) Здесь в уравнении (1) функция F определяется как в пункте в). Тогда аналогично предыдущим пунктам, для определения коэффициентов $u_n^N(t)$ получаем следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{du_n^N(t)}{dt} = -a^2 \lambda_n^2 u_n(t) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^l \delta(t - t_i) X(x_j) p_{ij} + f_n(t), n = 1, 2, \dots, N, \tag{29}$$

с начальным условием (14). Тогда, задача оптимального управления приводится к определению чисел p_{ij} , $i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, l$ таких, чтобы соответствующие ей решение уравнения (29) с начальным условием (14) удовлетворяли условиям (16) и при этом функционал (10) принимал наименьшее возможное значение.

По формуле Коши решение уравнения (29) с начальным условием (14) имеет вид

$$u_n^N(t) = u_n^0 e^{-a^2 \lambda_k^2 t} + \int_0^t (\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^l \delta(\tau - t_i) X_n(x_j) p_{ij} + f_n(\tau)) e^{-a^2 \lambda_k^2 (t-\tau)} d\tau. \tag{30}$$

Тогда

$$u_n^N(t) = u_n^0 e^{-a^2 \lambda_k^2 T} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^l X_n(x_j) p_{ij} e^{-a^2 \lambda_k^2 (T-t_i)} + \int_0^T f_n(t) e^{-a^2 \lambda_k^2 (T-t)} dt.$$

Из условия (16) получаем, что управляющие параметры удовлетворяют следующим моментным соотношениям

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^l X_n(x_j) p_{ij} e^{-a^2 \lambda_k^2 (T-t_i)} = \psi_n, \tag{31}$$

где ψ_n определяется по формуле (18). Для записи равенства (31) в виде скалярного произведения введем следующие векторы:

$$\bar{p}_n = (p_{11}, \dots, p_{1l}, p_{21}, \dots, p_{2l}, \dots, p_{m1}, \dots, p_{ml}),$$

$$\bar{v}_n = (v_{11}^n, \dots, v_{1l}^n, v_{21}^n, \dots, v_{2l}^n, \dots, v_{m1}^n, \dots, v_{ml}^n),$$

где $v_{ij}^n = X_n(x_j) e^{-a^2 \lambda_k^2 (T-t_i)}$. Тогда моментное соотношение (31) может быть записано в виде

$$(\bar{p}_n, \bar{v}_n) = \psi_n. \tag{32}$$

Следовательно, требуется найти вектор минимальной длины, удовлетворяющий условию (32). Рассуждая аналогично предыдущим пунктам, решение полученной задачи ищем в виде

$$\bar{p}_n = \alpha_n \bar{v}_n,$$

где α_n неизвестные коэффициенты и для их определения подставим это значение в равенство (32). Тогда получим:

$$(\alpha_n \bar{v}_n, \bar{v}_n) = \psi_n \text{ или } \alpha_n (\bar{v}_n, \bar{v}_n) = \psi_n.$$

Отсюда

$$\alpha_n = \frac{\psi_n}{(\bar{v}_n, \bar{v}_n)} = \frac{\psi_n}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^l X_n^2(x_j) e^{-2a^2 \lambda_k^2 (T-t_i)}}$$

а управляющие параметры

$$p_{ij} = \alpha_n X_n(x_j) e^{-a^2 \lambda_k^2 (T-t_i)}.$$

Отметим, что сходимость выбранной аппроксимации следует от сходимости ряда Фурье.

7. Выводы

Исследовано приближенное решение задачи управления с минимальной энергией параболической системы. Система управляется импульсными внешними воздействиями. В

различных случаях применением l -проблемы моментов удается определить оптимальное управление в аналитическом виде.

Литература

1. Алиев Ф.А., Муталлимов М.М., Аскеров И.М. Асимптотический метод решения задачи построения оптимальных режимов газлифтного процесса. Доклады НАН Азербайджана, том LXVI, №1, 2010, с. 26-33
2. Дыхта В.А., Самсонок О.Н. Оптимальное импульсное управление с приложениями. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 256 с.
3. Дыхта В.А. Принцип максимума для оптимальных импульсных процессов при ограничениях на образ управляющей меры // Оптимизация, управление, интеллект. – Журн. Всерос. Асс. Матем. программирования АНН. – 1995, - №1. – С. 100-109.
4. Bressan A., Rampazzo F. Impulsive control system with commutative vector fields // J. Optim. Theory and Appl. – 1991. – V.71, №1. – P.67-83.
5. Bressan A., Rampazzo F. Impulsive control systems without commutativity assumptions // J. Optim. Theory and Appl. – 1994. – V.81, №3. – P.435-457.
6. Егоров А.И. Основы теории управления. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 504 с.
7. Егоров А.И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами. М.: Наука, 1978. – 460 с.
8. Mamedov R.S. Pulse control of process of heat conductivity with minimal energy. The international Conference “Problems of cybernetics and informatics” Vol. II, Baku 2006.
9. Mamedov R.S., Qasimov S.Y. Solution of the synthesis problem of boundary optimal rod cooling process with a heat conductive viscosity // “EUREKA” physics Engineering, 24(2017), 42-49.
10. Abdullayev V.M. Identification of the function of response to loading for stationary systems // Cybern. Syst. Anal. 2017. Vol.53., No. 2, p. 417-425.
11. Aida-zade K.R., Abdullayev V.M. Control Synthesis for Temperature Maintaining Process in a Heat Supply Problem. // Cybern. Syst. Anal. 2020. Vol. 56, No.3, P.380-391.
12. Aida-zade K.R., Abdullayev V.M. Optimizing placement of the control points at synthesis of the heating process control // Autom. Remote Control, 2017. Vol. 78. No.9. P. 1585–1599.

Евразийский Союз Ученых.

Серия: технические и физико-математические науки

Ежемесячный научный журнал
№ 8 (89)/2021 Том 1

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Макаровский Денис Анатольевич

AuthorID: 559173

Заведующий кафедрой организационного управления Института прикладного анализа поведения и психолого-социальных технологий, практикующий психолог, специалист в сфере управления образованием.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Штерензон Вера Анатольевна

AuthorID: 660374

Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Институт новых материалов и технологий (Екатеринбург), кандидат технических наук

Синьковский Антон Владимирович

AuthorID: 806157

Московский государственный технологический университет "Станкин", кафедра информационной безопасности (Москва), кандидат технических наук

Штерензон Владимир Александрович

AuthorID: 762704

Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Институт фундаментального образования, Кафедра теоретической механики (Екатеринбург), кандидат технических наук

Зыков Сергей Арленович

AuthorID: 9574

Институт физики металлов им. М.Н. Михеева УрО РАН, Отдел теоретической и математической физики, Лаборатория теории нелинейных явлений (Екатеринбург), кандидат физ-мат. наук

Дронсейко Виталий Витальевич

AuthorID: 1051220

Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), Кафедра "Организация и безопасность движения" (Москва), кандидат технических наук

Статьи, поступающие в редакцию, рецензируются. За достоверность сведений, изложенных в статьях, ответственность несут авторы. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов материалов. При перепечатке ссылка на журнал обязательна. Материалы публикуются в авторской редакции.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Художник: Валегин Арсений Петрович
Верстка: Курпатова Ирина Александровна

Адрес редакции:
198320, Санкт-Петербург, Город Красное Село, ул. Геологическая, д. 44, к. 1, литера А
E-mail: info@euroasia-science.ru ;
www.euroasia-science.ru

Учредитель и издатель ООО «Логика+»
Тираж 1000 экз.