

# ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 510.545

## О ЛОГИЧЕСКИХ ПАРАДОКСАХ

Черкасов М. Ю.  
Пенсионер, г. Иркутск

### ABOUT LOGIC PARADOXES

M. J. Cherkasov.  
The pensioner, Irkutsk

#### АННОТАЦИЯ

Рассматриваются причины возникновения логических парадоксов. Одной из которых является неразличение формы и содержания высказывания-утверждения, нарушение формы, подмена содержания. Другая причина проистекает из противоречия между формулировкой закона исключенного третьего и существованием противоречивых высказываний.

#### ABSTRACT

The reasons of occurrence of logic paradoxes are considered(examined). One of which is not distinction forms and maintenances(contents) of the statement - statement, infringement of the form, substitution of the maintenance(contents). Other reason results from the contradiction between the formulation of the law excluded the third and existence of inconsistent statements.

**Ключевые слова:** логические парадоксы, форма и содержание, противоположность и отрицание.

**Keywords:** logic paradoxes, the form and the maintenance(contents), contrast and denying.

Парадоксы, парадоксы, парадоксы ... «Парадокс (от греческого  $\pi\alpha\rho\alpha\delta\omicron\kappa\sigma$  — неожиданный, странный), то же, что и противоречие; ... В логике парадоксами (или антиномиями, противоречиями) называют высказывания, в точном смысле слова противоречащие логическим законам» [1, с. 477]. «Парадокс в более узком и гораздо в более современном значении — это два противоположных утверждений, для каждого из которых имеются представляющиеся убедительными аргументы» [2, с. 158]. Иными словами, допускается существование высказываний-утверждений, которые являются истинными и ложными одновременно, что никоим образом не согласуется с логическим законом противоречия: «ПРОТИВОРЕЧИЯ ПРИНЦИП, закон противоречия, принцип (закон) не противоречия, принцип отрицания (запрещения, недопустимости) противоречия, основной логич. закон, согласно которому никакое высказывание (предложение, суждение) и его отрицание не могут одновременно быть истинными;» [1, с. 546], таким образом, допуская существование подобных высказываний, мы обязаны отказаться от закона противоречия, либо, считая закон противоречия универсальным законом логики, выдвинуть, как его следствие, тезис: парадоксов нет, есть только ошибки, приводящие к противоречиям. Поэтому, основной задачей является поиск таких ошибок, что позволит расширить и углубить наши познания в логике.

Попробуем найти причины возникновения некоторых логических парадоксов. Начнём с парадокса «... о котором Дж. Дж. Бери из

Бодлеанской библиотеки сообщил Бертрону Расселу (Рассел опубликовал это парадокс в 1908 г.)» [3, с. 239]. Суть парадокса заключается в следующем: множество натуральных чисел бесконечно, а множество чисел, имена которых содержат менее ста слов — конечно, т.е. существуют такие числа, для которых нет имен, состоящих менее чем из ста слов. Очевидно, что среди них имеется наименьшее, но выражение: «наименьшее натуральное число, для которого не существует имени, слагающегося менее чем из ста слов» содержит менее ста слов и называет такое число. Налицо парадокс, и парадокс не только в том, что назвали такое число, но и в том, что данная фраза содержит менее ста слов, а значит уже является именем какого-то числа, т.е. два совершенно различных числа имеют одно и то же имя. Что могло послужить причиной такой ситуации? Причина проста — смешиваются два понятия: *форма* и *содержание*. Если какая-то фраза (слово) используется как фраза, т.е. набор слов, символов и т.п., то мы не обращаем внимания на смысл этой фразы и используем её как *форму* (имя). Если же мы вкладываем смысл в эту фразу, то используем её в качестве определения (указания), т.е. рассматриваем *содержание*, а определить (указать) никоим образом не означает присвоить имя.

Избежать подобных ситуаций позволяет способ введения метаязыка, на котором формулируются понятия и определения. Такой способ обладает существенным недостатком. Ведь, если в качестве метаязыка использовать какой-либо иностранный язык, то, чтобы понять смысл фразы, необходимо перевести её на родной язык, и, тем

самым, вернуться к исходному положению дел. Более простой и удобный способ заключается в различном виде написания формы и содержания. Например, если фраза рассматривается как набор слов, то записывать её, как это принято в теории множеств, в виде: {наименьшее, натуральное, число, для, которого, не, существует, имени, слагающегося, менее, чем, из, ста, слов}, если как содержание, то выделять *курсивом*, как это принято в математике: «*наименьшее натуральное число, для которого не существует имени, слагающегося менее чем из ста слов*».

Наиболее явным признаком того, что происходит смешивание понятий *форма* и *содержание*, является появление какой-то двусмысленности. На этот факт обратили внимание ещё древние греки и использовали его в своих софизмах, которые по сути своей — игра с формой и содержанием. Так, в софизме о человеке, который не знает то, что он знает, на вопрос: «знает ли он то, о чем его хотят спросить?», отвечает: «не знаю», но это — *форма*, *содержанием* же является: «желание Ваше мне неведомо» («я не знаю сути Вашего вопроса»), т.е. человек фактически отвечает на вопрос: «знаете ли Вы о ЧЁМ я хочу спросить?». Вопросающий же, смещая акцент и делая ударение на слове ТО, подменяет содержание вопроса, т.е. спрашивает «знаете ли Вы ТО, о чем я хочу Вас спросить». «Вот о ТОМ я и хотел спросить». В софизме «покрытый» человека спрашивают: знает ли он человека, стоящего рядом и укрытого покрывалом. Таким образом, предъявляя ему покрывало, по сути — *форму*, требуют судить о человеке, т.е. о *содержании*. Но невозможно по форме бутылки оценить вкус напитка, налитого в неё. В софизме «желтый, значит сладкий» и *форма* и *содержание* не изменяются, но умалчивается, что содержание — многогранно. Да, мёд сладкий и желтый одновременно, но, сладкий он с одной стороны, а с другой — желтый.

Рассмотрим теперь, опять же с точки зрения вопроса о *форме* и *содержании*, парадокс, который «... был впервые сформулирован в 1908 году математиками Куртом Греллингом (1886-1941) и Леонардом Нельсоном (1887-1927)» [3, с. 239]. В парадоксе говорится о том, что существуют прилагательные, обладающие тем свойством, которое они описывают. Например, «многосложное» является *многосложным*, «пятыслоговое» — состоит из пяти слогов. Такие, так называемые самоприменимые прилагательные, называют *аутологическими*. В большинстве же случаев прилагательные подобным свойством не обладают: прилагательное «зелёное» — не является зелёным, «мокрое» — не может быть мокрым. Такие прилагательные называют *гетерологическими*. Парадокс возникает, когда требуется определить: прилагательное «гетерологическое» является *аутологическим* или *гетерологическим*. Предположим, что оно относится к классу *аутологических*, следовательно, обладает обозначаемым им свойством, т.е. — *гетерологическое*. Если же прилагательное

«гетерологическое» — *гетерологично*, следовательно, обладает описываемым им свойством и является *аутологическим*.

Для того, чтобы понять причину возникновения парадокса, необходимо называть вещи своими именами, т.е. — существуют прилагательные, являющиеся *самоприменимыми*, и которые таковыми не являются. Парадокс должен возникнуть при рассмотрении прилагательного «несамоприменимое». И тут обнаруживается, что такого прилагательного не существует. Открываем справочник русского языка и читаем:

«§ 66 Правописание *не* с именами прилагательными

...

2. Пишутся слитно с *не* прилагательные, которые приобретают противоположное значение.

...

4. Как правило, *не* пишется отдельно с относительными прилагательными, придавая им отрицание выражаемому признаку» [4, с. 66]. Поэтому, в логике необходимо использовать частицу «*не*», именно с дефисом, в каждом случае четко понимать: подразумевается противоположность или отрицание. Например:

*лжец* (утверждение) — человек, который всегда лжет;

*нелжец* (противоположность) — человек, который никогда не лжет;

*не лжец* (отрицание) — человек, который, может быть и лжет, но не всегда.

С точки зрения вопроса о *форме* и *содержании* в данном парадоксе форма «не является самоприменимым», которая не является прилагательным, подменили формой «гетерологическое», которая является прилагательным, т.е. предположили существование прилагательного «несамоприменимое», а любые попытки подвергнуть логическому анализу того, чего быть не может, всегда заканчиваются подобными плачевными результатами. Еще Аристотель посвятил отдельную сорок шестую главу [отрицания в доказательстве] книги первой своей Первой Аналитики вопросу о существенном различии высказываний «*не быть ...*» и «*быть не ...*» [5, с. 198-202]. Более ярко это различие проявляется в высказываниях «*не совсем ...*» и «*совсем не ...*».

Вопрос о *форме* и *содержании* является основным вопросом логики: необходимо четко представлять себе, какая *форма* используется в том или ином высказывании-утверждении, что является *содержанием*, каким способом *форма* наполняется *содержанием*. Именно *содержание* — основа высказывания, поэтому, в отличие от частицы «*не*», область действия которой ограничивается только одним элементом высказывания, логическая операция *отрицание* применяется ко всему высказыванию, т.е. к *содержанию*.

С этой позиции рассмотрим парадокс, который именуют «королем логических парадоксов», в варианте Эвбулида: «Критянин Эпименид сказал: «Все критяне лжецы».

Эпименид сам критянин.

Следовательно, он лжец.

Но, если Эпименид лгун, тогда его заявление, что все критяне лгуны — ложно. Значит, критяне не лгуны. Между тем Эпименид, как определено условием, — критянин, следовательно, он не лгун, и поэтому его утверждение «все критяне лгуны» — истинно.

Таким образом, мы пришли к взаимоисключающим предложениям [6, с. 10].

Запишем исходное высказывание в полном виде: «все критяне являются лжецами». Как видим, здесь используется основная каноническая форма высказываний: «S суть P» — «Критяне являются лжецами», что не может быть истиной или ложью в силу того, что это только *форма*. Использование кванторов является одним из способов наполнения формы содержанием. Кванторы отвечают за вопрос «сколько?» (квантор от лат. quantum — сколько [1, с. 253]) и, значит, *содержанием* будет *количество*, поэтому *отрицание* строится по принципу: «столько — нет, не столько», т.е. «все — нет, не все», существует — нет, не существует», поэтому отрицанием будет: «не все критяне являются лжецами». Убедится в это можно другим способом, воспользовавшись правилом взаимозамены кванторов, которое выглядит следующим образом: «□/□ S суть P» = «не-□/□ S не суть P». Тогда получим «Все критяне являются лжецами» = «не-существуют критяне не являющиеся лжецами», и отрицание будет «не- не- существуют критяне не являющиеся лжецами» и снимая двойное «не- не-» имеем «существуют критяне не являющиеся лжецами». Опять же, применяя правило взаимозамены кванторов, приходим к аналогичному результату: «не все критяне являются лжецами». История появления этого парадокса вызывает, мягко говоря, недоумение, ведь, если подобным образом сформулировать высказывание: «все кошки являются черными», то сразу же выявляется выше описанная ошибка, приводящая к противоречию.

Еще один вариант парадокса «лжец» формулируется в виде: «человек произносит фразу — я лгу», тогда получается, что если человек говорит правду, то он — лжет, и наоборот. Каноническим видом этого высказывания будет: «Это высказывание является ложным». Рассмотрим каждый элемент его по отдельности:

«это» — это один из способов наполнения *формы содержанием*, который можно назвать способом *конкретизации*, т.е. рассматривается конкретный объект/объекты (этот, эти, те), конкретное время (сейчас, давно, наперед) или место (здесь, там);

«высказывание» — субъект высказывания;

«является» — связка высказывания;

«ложь» — предикат высказывания.

Возникает вопрос, о каком высказывании говорит субъект? Конечно же, обо всем высказывании. Следовательно, субъект «высказывание» необходимо заменить на «это высказывание является ложным», тогда получим:

«Это («Это высказывание является ложным») является ложным». Здесь опять «высказывание» необходимо заменить на: «Это высказывание является ложным», и так до бесконечности. Это показывает, что нарушена *форма*, и такое нарушение — не просто ссылка на само себя, а ссылка части на целое, что эквивалентно утверждению о равенстве части целому: «высказывание» = «это высказывание является ложным», вопреки аксиоме Евклида: «8. И целое больше части (27)» [7, с. 15].

Что касается высказываний вида «A суть истина/ложь», где A высказывание-утверждение, то еще Г. Фреге [8, с. 68-69] обратил внимание на их существенное отличие от обычных утверждений и предложил называть их *суждениями*. Поэтому мы, вслед за ним, будем называть их *высказываниями-суждениями*, т.к. они, по сути своей, как раз и есть суждения — высказывается суждение о логическом значении какого-либо утверждения.

Что касается вопроса о наделинии *суждений* истинностной характеристикой, то в этом нет необходимости, потому, что в цепочках рассуждений они не используются, только *высказывания-утверждения* могут заменяться их логическими значениями. Кроме этого и нет такой возможности, т.к. это приведет нас к бесконечной процедуре. Так, если утверждается, что «A суть ложь», то сначала выяснить, является ли это *суждение* истинным — «(«A суть истина») суть истина»? И, опять, необходимо предварительно определить, «(«(«A суть истина») суть истина») суть истина»? и так до бесконечности. По этому, будем *суждения* называть просто *верным* (если в действительности утверждение имеет именно такое логическое значение) и *неверным* (в противном случае). Чтобы отличать *высказывания-суждения* от обычных *высказываний-утверждений* введем специальное обозначение: «A=», понимая, что в данном случае речь идет о логическом значении. Такой прием хотя бы позволит избегать ошибок, допускаемых в выражениях «я лгу», «это высказывание является ложным» и т.п.

Еще одной причиной возникновения парадоксов является, как это ни странно прозвучит, закон исключенного третьего: «... принцип логики, утверждающий, что всякое суждение или истинно, или ложно» [1, с. 222], или, в более категоричной форме: «логическим значением любого высказывания может быть либо истина, либо ложь, третьего не дано». Но, позвольте! Как это третьего не дано? Как же тогда быть с противоречивыми высказываниями, в которых что-то утверждается и отрицается одновременно. Вот и третье. Как раз на этом и основываются некоторые парадоксы: в завуалированном виде преподносится противоречивое высказывание, выдавая его за парадокс. Например, в истории с карточкой на лицевой стороне, которой написано: «на обратной стороне этой карточки написано истинное высказывание». Переворачиваем её и читаем: «на лицевой стороне этой карточки написано ложное высказывание». Какое из этих высказываний ложь?

Приступим к вычислениям. Имеется два высказывания:  $A = \langle B \text{ суть истина} \rangle$  и  $B = \langle A \text{ суть ложь} \rangle$ , подставим высказывание  $A$  в высказывание  $B$  и получим:  $B = \langle A \text{ суть ложь} \rangle = \langle (\langle B \text{ суть истина} \rangle) \text{ суть ложь} \rangle = \langle B \text{ суть ложь} \rangle$ . Эти высказывания написаны на одной карточке и ссылаются друг на друга, следовательно, они связаны операцией конъюнкция:  $(A \text{ и } B) = (\langle B \text{ суть истина} \rangle \text{ и } \langle B \text{ суть ложь} \rangle) = \langle A \text{ и не-}A \rangle$  — противоречие.

Такое, то ли игнорирование, то ли пренебрежение, то ли забывчивость о существовании противоречивых высказываний приводят даже к попыткам доказать несостоятельность, ущербность математики, которая якобы некоторые утверждения не может ни доказать, ни опровергнуть [9]. Но ведь противоречивые высказывания ни доказать, ни опровергнуть не возможно. Таким образом, видим, что формулировка закона исключенного третьего противоречит существованию противоречивых высказываний. Поэтому, необходимо как-то иначе его сформулировать, например, в виде: «логическим значением любого высказывания-утверждения может быть: истина (если это соответствует действительности), ложь (если это не так), противоречие (если что-то утверждается и отрицается одновременно), неопределенность (если речь идет о будущем), и даже быть неизвестным некоторому кругу лиц (так, мало кто знает, что логическое значение высказывания «существует формула простых чисел» есть истина).

Что касается неопределенного логического значения, то еще «Аристотель сомневался в приложимости закона исключенного третьего к высказываниям о будущих событиях. В настоящий момент наступление некоторых из них еще не предопределено. Нет причин ни для того, чтобы они произошли, ни для того, чтобы они не случились» [2, с. 126].

Относительно неизвестного логического значения все кажется предельно понятным, но иногда понятие неизвестность подменяют понятием невозможность, особенно когда речь идет о бесконечных множествах. Для элементов конечного множества всегда можно определить, какие его элементы обладают определенным свойством, перебирая их все по очереди, а для бесконечного множества такая проверка становится невозможной. Но метод перебора не является основным, тем более единственным, способом математического доказательства. Так, утверждение: «не существуют натуральные числа  $x, y, z$  удовлетворяющие уравнению  $x^3 + y^3 = z^3$ » проверить перебором невозможно. Доказать — легко!

Парадоксы, парадоксы, парадоксы ... Кто-то видит в парадоксах признаки надвигающейся катастрофы, кто-то, наоборот, воспринимает их как точки развития науки. Можно говорить, что парадоксы выступают в трех ипостасях:

первая ипостась — разрушающая. Наличие парадокса в какой-либо теории указывает на её

противоречивость. «Один из законов логики говорит: из противоречивого высказывания логически следует любое высказывание. Появление в какой-то теории противоречия ведет в силу этого закона к её разрушению. В ней становится доказуемым все, что угодно, были смешиваются с небылицами. Ценность такой теории равна нулю» [2, с. 123-124];

вторая ипостась — созидающая. Парадоксы указывают на узкие места в наших познаниях, о не совсем правильном понимании сути некоторых вещей, на места где допущены какие-то ошибки, т.е. указывают на точки развития науки. А. Сухотин в своем обращении к читателю пишет: «Наша цель заключается в том, чтобы раскрыть назначение парадокса как источника новых приобретений в знаниях, его роль в выдвижении плодотворных идей, вообще оттенить созидательные начала, которыми отмечено рождение и преодоление парадоксов» [6, с. 3].

третья ипостась — доказующая. Парадокс пытается нам что-то доказать, а что именно, мы ещё не можем понять. Поясним это на примере парадокса о шкатулке, обнаруженной археологами при раскопках древнего городища, на которой была надпись: «эту надпись выгравировал Петров». Археологи уже знали, что в этом городище жили только два гравера, один из которых, Иванов, наносил только истинные высказывания. Другой, Петров, только — ложные. Данный парадокс как раз доказывает, что шкатулка с таким высказыванием не может существовать. Приведение к противоречию — основа способа доказательства от противного, когда, заменяя исходное утверждение его отрицанием, приходят к противоречию, что и доказывает исходное утверждение.

### Литература

1. Философский энциклопедический словарь. — М.: Сов. Энциклопедия, 1983. — 840 с.
2. Ивин А.А. По законам логики. — М.: Молодая гвардия, 1983. — 208 с., ил. — (Эврика).
3. Клайн М. Математика. Утрата определенности. /Пер. с англ. Ю. А. Данилова, под ред. И. М. Яглома. — М.: Мир, 1984. — 440 с.
4. Розенталь Д. Е. Справочник по правописанию и литературной правке: Для работников печати. — 5-е изд., исп. — М.: Книга, 1989. — 320 с.
5. Аристотель. Сочинения в четырех томах. Т.2. Ред. З. Н. Микеладзе. М: Мысль, 1978, 687 с.
6. Сухотин А. К. Парадоксы науки. — М.: Молодая гвардия, 1978. — 240 с., ил. — (Эврика).
7. Начала Евклида. Книги I-VI. Пер. с греческого и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского. Государственное издательство технико-теоретической литературы. Москва-Ленинград. 1950. 448 с.
8. Фреге Г. Логика и логическая семантика: Сборник трудов. /Пер. с нем. Б. В. Бирюкова под ред. З. А. Кузичевой: Учебное пособие для

студентов вузов. — М.: Аспект Пресс, 2000. — 512 с.

9. Успенский В. А. Теорема Гёделя о неполноте. — М.: Наука, 1982, — 112 с. (Популярные лекции по математике).

УДК 519.863, 631.171

---

## ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ СТРАТЕГИЙ ДЛЯ ПЕРЕРАБОТКИ САХАРНОЙ СВЕКЛЫ

---

**Баландин Дмитрий Владимирович**

*Профессор, доктор физико-математических наук,  
Нижегородский университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород;*

**Кузенков Олег Анатольевич**

*Доцент, кандидат физико-математических наук,  
Нижегородский университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород;*

**Эгамов Альберт Исмаилович**

*Доцент, кандидат физико-математических наук,  
Нижегородский университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород.*

## ESTIMATING THE EFFICIENCY OF QUASI-OPTIMAL STRATEGIES FOR SUGAR BEET PROCESSING

**Balandin Dmitry Vladimirovich**

*Professor, Doctor of phys.-mat. sciences,  
Lobachevsky University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod.*

**Kuzenkov Oleg Anatol'evich**

*Docent, Candidat of phys.-mat. sciences,  
Lobachevsky University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod.*

**Egamov Albert Ismailovich**

*Docent, Candidat of phys.-mat. sciences,  
Lobachevsky University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod.*

DOI: 10.31618/ESU.2413-9335.2022.1.102.1724

### АННОТАЦИЯ

В статье рассматривается задача составления графика переработки сырья с неравномерными потерями производственной ценности в разных партиях. Целью данного исследования является оценка эффективности различных квазиоптимальных стратегий переработки сахарной свеклы на основе текущей информации о производственной ценности сырья. Компьютерный расчет производится с использованием реальных данных. Выход сахара, рассчитанный на основе изученных стратегий, сравнивается с абсолютным оптимумом. На основании проведенных исследований даны рекомендации по оптимизации графика переработки сахарной свеклы.

### ABSTRACT

The paper considers the task of drawing up a schedule for processing raw materials with non-uniform losses of production value in different batches. The purpose of this study is to evaluate the effectiveness of various quasi-optimal sugar beet processing strategies based on current information on the production value of raw materials. A computer calculation is made using real data. The yield of sugar, calculated on the basis of the studied strategies, is compared with the absolute optimum. Based on the studies carried out, recommendations are given for optimizing the sugar beet processing schedule.

**Ключевые слова:** математическая модель, переработка сахарной свеклы, венгерский алгоритм, квазиоптимальная стратегия

**Key words:** mathematical model, sugar beet processing, Hungarian algorithm, quasi-optimal strategy

### 1. Introduction

The task of optimizing production processes is currently of a great importance. In particular, the task of constructing an optimal schedule for processing products is relevant. Changing the processing schedule for different batches of raw materials usually does not require large expenditures, and the gain from schedule optimization is often comparable to the effect of equipment upgrades. This task is often encountered in the processing of agricultural products, for example, it takes place in the sugar industry [1-5]. Here, different batches of raw materials harvested during maturation

have different production values and lose it at different rates during storage. It is required to find the best order of their processing in order to achieve the maximum yield [6-10].

The problem of constructing an optimal sequence for the processing of different batches of raw materials was considered by a number of authors. In the case of complete information about their degradation, this problem is reduced to the well-known "assignment problem" [11], which still plays a significant role in practical optimization problems [12-14]. The assignment problem is a special case of the transport